

Elméleti számítástudomány, Matematikai logika
Minta zh. 2024.03.14

1. Fogalmazza meg, majd formalizálja elsőrendű formulával, az *adott* \mathcal{L} elsőrendű nyelven a következő tulajdonságokat:

- Az $f(x)$ valós függvénynek az $x = 2$ helyen lokális maximuma van (azaz, $f(2)$ a legnagyobb érték valamely $(2 - \varepsilon, 2 + \varepsilon)$ intervallumban)
- f felülről korlátos, de nincs maximuma.
(\mathcal{L} : $f, 2, +, -, \leq$)

2. Vizsgálja rezolúcióval, hogy *azonosan igaz-e* a következő formula?

$$(\forall x Px \rightarrow \forall x Qx) \rightarrow \forall x (Px \rightarrow Qx)$$

3. a) Σ egy *véges* elsőrendű formulahalmaz \mathcal{L} -ben és α egy tetszőleges elsőrendű formula \mathcal{L} -en, ahol \mathcal{L} egyenlőség mentes elsőrendű nyelv. Elsőrendű rezolúciót alkalmazunk a $\Sigma \models \alpha$ következmény helyességének vizsgálatára. El dönthető-e (véges-e) az eljárás? Állítását indokolja!

b) Igazolja rezolúcióval, hogy a β formula *független* a bizonyításelméleti értelemben az $(\alpha \wedge \beta) \vee \gamma$ és $\alpha \wedge (\beta \vee \gamma)$ állítás formulák együttesétől!

4. Alkalmazható-e SLD rezolúció a következő következmény helyességének vizsgálatára? Ha igen, akkor alkalmazza, ha nem, akkor alkalmazzon általános rezolúciót:

$$\forall x (Lx \wedge Ax) \models \exists x (\exists y (Ly \wedge Fxy) \rightarrow \exists y (Ay \wedge Fxy))$$

5. a) Fogalmazza meg azt a tételt, amelyik megválaszolja a korrekt válasz problémát.

b) Mi a különbség a \models és a \rightarrow fogalmak között?