

Matematika A3 szigorlat – 2014. május 20.

Minden feladatnál indokoljon részletesen, indoklás nélkül közölt eredmény nem fogadható el.

Kérdések ($6 \times 4 + 2 \times 3 = 30$ pont)

1. Hogy szól a binomiális tétel?
2. Írja fel a geometriai számsor általános alakját. Mely feltétel teljesülése mellett lesz a sor konvergens? Írja fel a sor összegképletét.
3. Írja fel a (kellően sokszor) differenciálható f függvény $x_0 \in \mathcal{D}_f$ pont körüli n -ed fokú Taylor-polinomját.
4. Írja fel egy közönséges, elsőrendű, lineáris, inhomogén kezdetiérték-probléma általános alakját.
5. Mit értünk egy komplex szám n -edik gyökén? Írja fel a -2 harmadik gyökeit.
6. Állapítsa meg a következő differenciálegyenlet típusát: $y'' - 2xy' + y = x^2$
7. Mikor nevezünk egy $\mathbf{v}$ vektormezőt potenciálisnak?
8. Írja fel egy harmadrendű, közönséges, lineáris, állandó együtthatós, inhomogén kezdetiérték probléma általános alakját.

Feladatok ($7 \times 10 = 70$ pont)

1. Határozza meg annak a tetraédernek a térfogatát, amelynek csúcsai $A(1; 0; 0)$, $B(1; 3; 0)$, $C(0; 0; 1)$ és $D(-1; 1; 1)$. Továbbá írja fel a B , C és D ponthármas által meghatározott sík egyenletét, és az A pont távolságát ettől a síktól. (4+4+2p)
2. Végezze el az

$$f(x) = \frac{x^2}{x-2}$$

függvény teljes függvényvizsgálatát.

3. Számítsa ki az $f(x, y) = x \cdot e^y$ függvény határozott integrálját a $\mathcal{T}$ korlátos tartományon, amely tartomány határai az $y = \sqrt{x+1}$, az $y = x$ és az $x = 0$ egyenletű görbék.
4. Hol van lokális szélsőértéke az $f(x, y) = x^2 - x + 4xy + 6y - 3y^2 + y^3$ függvénynek és milyen típusú?
5. Mekkora az ívhossza az $\mathbf{r}(t) = (-6t - 6t^2 + 2t^3)\mathbf{i} + (6t - 6t^2 - 2t^3)\mathbf{j} + (3t + t^3)\mathbf{k}$ térgörbe $-1 \leq t \leq 1$ paramétertartománynak megfelelő szakaszának?
6. Létezik-e potenciálja az $\mathbf{u}(x, y, z) = z \cos(y + z^2)\mathbf{i} - xz \sin(y + z^2) + (x \cos(y + z^2) - 2xz^2 \sin(y + z^2))$ vektormezőnek? Ha igen, határozzon meg egyet. Mennyi az $\mathbf{u}$ integrálja az $(1, 0, 0)$ ponttól az $(5, -4, 2)$ pontig egyenesszakasz mentén haladva?
7. Oldja meg az $y'' + 3y' + 2y = 0$ differenciálegyenletet $y(0) = 0$, $y'(0) = 1$ kezdeti feltétel mellett.