A1 matematika zárthelyi 2005.11.04.

1. [12p] a. Oldjuk meg a

$$\frac{z-i}{z+1} = i$$

egyenletet.

b. $(1+\sqrt{3}i)^{120} = ?$

2. [10p] Adjuk meg a $P(1,2,0)$ ponton és az $x-2 = \dfrac{3-y}{3} = 1-z$ egyenesen át fektetett sík egyenletét.

3. [18p] Adjuk meg a sorozatok határértékét, amennyiben létezik.
a. $\dfrac{2^n - n^4}{n!}$ b. $\sin(n\pi/2)$ c. $\left(\dfrac{n+1}{n-2}\right)^{2n+3}$

4. [12p] a. Adjuk meg $\lim\limits_{x\to a+} f(x) = L$ definícióját.

b. $\lim\limits_{x\to 0+} \dfrac{1}{1+2^{-1/x}}$ esetén $\varepsilon = 0.001$-hez keressünk δ értéket.

5. [18p] a. $\lim\limits_{x\to -\infty} \dfrac{x^3 - 6x^2 + 8}{2x^3 + x + 1} = ?$ b. $\lim\limits_{x\to 3} \dfrac{\sqrt{x^2+7} - 4}{x^2 - 9} = ?$

c. $\lim\limits_{x\to 0} (1+\sin x)^{\cot x} = ?$

6. [12p] Melyik pontokban és milyen típusú szakadása van a következő függvényeknek? a. $\dfrac{1}{e^{1/x} - e}$ b. $x\cos 1/x$.

7. [18p] a. Gömb alakú szappanbuborékba 10 cm^3/sec sebességgel fújjuk a levegőt. Milyen gyorsan nő a buborék r sugara, amikor éppen $r = 3$ cm?

b. Számítsuk ki az alábbi függvények deriváltfüggvényét és adjuk meg, hol érvényes a képlet.

$$\tan\frac{1}{x+1}, \qquad \ln\sin x$$

....
Összpontszám 100 pont. Munkaidő 100 perc.