

A2 3. heti gyakorlat

PL] rangmátrix: $\begin{bmatrix} 1 & 4 & 5 & 2 \\ 2 & 1 & 3 & 0 \\ -1 & 3 & 2 & 2 \end{bmatrix}$; $\begin{bmatrix} t & 3 & -1 \\ 3 & 6 & -2 \\ -1 & -3 & t \end{bmatrix}$ rangja t függvénye?

PL] $\text{rang}(A) = 1 \Leftrightarrow A = \begin{bmatrix} u_1 \\ \vdots \\ u_m \end{bmatrix} [v_1 \dots v_n]$ (diád); $a_{ij} = 1 + (-1)^{i+j}$
 $\text{rang}(A) = ?$

PL] Egyenlekhalmaz:

$$x_1 + x_2 + 5x_3 = 0$$

$$x_1 + 5x_2 + x_3 = 0 \text{ megoldások}$$

$$5x_1 + x_2 + x_3 = 0 \text{ szükséges}$$

$$3x - y + 4z = -1$$

$$x + y - 2z = 3$$

$$2x + z = 1$$

$$x + y = -4$$

$$\begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} X = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 4 \end{bmatrix}$$

PL] Ha m mátrixban a sorok is függetlenek és az oszlopok is, akkor a mátrix invertálható.

PL] Melyik állítás igaz?

- a) Ha $Ax = b$ megoldható, akkor $[A|b]$ oszlopai lineárisan függetlenek
- b) Ha $[A|b]$ oszlopai lineárisan függetlenek $\Rightarrow \exists$ megoldás
- c) Ha A oszlopai függetlenek, akkor van megoldás
- d) Ha A sorai függetlenek, akkor van megoldás
- e) Ha $\exists!$ megoldás, akkor A oszlopai függetlenek
- f) Ha $\exists!$ megoldás, akkor A sorai függetlenek

PL] determináns kifejtése sor és oszlop szerint: $\begin{vmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & 4 \\ 1 & 2 & 5 \end{vmatrix}$

PL] determináns mátrixok sor és oszloptranszformációkkal:

$$\begin{vmatrix} 1 & a & a^2 \\ 1 & b & b^2 \\ 1 & c & c^2 \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} 5 & 2 & 2 & 2 \\ 2 & 5 & 2 & 2 \\ 2 & 2 & 5 & 2 \\ 2 & 2 & 2 & 5 \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 3 & 4 & 5 \\ 3 & 4 & 5 & 6 \\ 4 & 5 & 6 & 7 \end{vmatrix}$$

PL] $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 13 \\ 0 & 2 & 34 \\ 0 & 0 & -11 \\ 0 & 0 & 05 \end{bmatrix} \Rightarrow \det(A^{-1}) = ? \det(A^{80}) = ? \det(3A) = ?$
 $\det(A+E) = ? \det(A^T) = ?$

PL] $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}^{-1}$ felírása $\frac{1}{\det(A)} \hat{A}$ alakban, ahol \hat{A} az A_{ji} elejébe a determinánsokból álló mátrix

Ha marad idő:

PL] B adott $n \times n$ -es mátrix. Legyen $V = \{ A \ n \times n\text{-es} : BA = 0 \}$
 Bizd meg, hogy $\dim V$ értéke $n-1$.

Következő téma: lineáris operátorok