

A2 4. heti gyakorlat

Pl] Lineáris operátor-e? a) $V \text{ az } \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \text{ s } f \text{ függvény, } T: V \rightarrow \mathbb{R}$
 $Tf(x) = 1 + f(x)$ vagy $Tf(x) = f(1+x)$ b) $V = \mathbb{P}_2$ (≤ másodfokú poli-
 nomok), $T: \mathbb{P}_2 \rightarrow \mathbb{P}_2$, $T(a_0 + a_1x + a_2x^2) = a_0 + a_1(1+x) + a_2(1+x)^2$

vagy $= a_0 + 1 + (a_1 + 1)x + (a_2 + 1)x^2$

Pl] Ha V véges dim, $A: V \rightarrow V$ lineáris, akkor
 A invertálható $\Leftrightarrow \text{Ker } A = \{0\} \Leftrightarrow \text{Im } A = V$

Pl] Milyen V vektorterekben van olyan $A: V \rightarrow V$ lin, ha $\text{Ker } A = \text{Im } A$?

Pl] $v_1 = \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix}$, $v_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \end{bmatrix}$, $T: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^3$ $Tv_1 = \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \\ 0 \end{bmatrix}$, $Tv_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ -3 \\ 5 \end{bmatrix}$ Akkor $T \begin{bmatrix} 2 \\ -3 \end{bmatrix} = ?$

Pl] $T: V \rightarrow V$ lin, V -ben bázis $\{e_1, e_2, e_3\}$, $Te_1 = e_1 + 2e_2 + 5e_3$,
 $Te_2 = 2e_1 + e_2 + 4e_3$, $Te_3 = -e_1 + 3e_2 + 5e_3$ Adjonuk meg $\text{Ker } T$ -ben
 is $\text{Im } T$ -ben $e_1 - e_2$ bázisát.

Pl] $T: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^3$ $T \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1 + 2x_2 \\ -x_1 \\ 0 \end{bmatrix}$. Legyen $B = \left\{ \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} -2 \\ 4 \end{bmatrix} \right\}$,

$B' = \left\{ \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 3 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \right\}$. Akkor $\underline{T}_{B, B'} = ?$

Pl] $T: \mathbb{P}_2 \rightarrow \mathbb{P}_2$, $B = \{3x + 3x^2, -1 + 3x + 2x^2, 3 + 7x + 2x^2\}$ Tudjuk, ha

$\underline{T}_B = \begin{bmatrix} 1 & 3 & -1 \\ 2 & 0 & 5 \\ 6 & -2 & 3 \end{bmatrix}$ Akkor $T(1+x^2) = ?$

Pl] Írjuk fel annak az $\mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ lin. op-nak a standard bázis-
 beli mátrixát, amit a) tükröz az y tengelyre b) megdöntésen
 vett az xy síkra c) tükröz az y tengelyre, utána vett az xy
 síkra. Mi a kapcsolat a 3 mátrix között?

Ha mered ide!

Pl] Szájtétel, sajátvektor letr. példán