A2 matematika vizsgazárthelyi 2006.06.08.

1. [15p] Legyen $x - y + 2z + 3u = 1$, $2x - y + z - 5u = 2$ és $3x - 2y + 4z + 2u = 3$. Mekkora lesz $x + y + z + u$?

2. [15p] Konvergensek illetve abszolút konvergensek-e az alábbi sorok?

$$a.\ \sum_{1}^{\infty} \frac{\sqrt{n} + \sqrt[3]{n}}{n^2 + n^3} \quad b.\ \sum_{2}^{\infty} \frac{1}{n \ln n \ln \ln n} \quad c.\ \sum_{1}^{\infty} \frac{(-1)^n \sin n}{n^2}$$

3. [15p] Adjuk meg az

$$\int_0^1 \sin(x^2)\, dx$$

integrál értékét 3 tizedesre (azaz $< 5 \cdot 10^{-4}$ hibával).

4. [15p] Legyen $f(x)$ egy 2π-periodikus függvény, $f(x) = x$ ha $0 < x \le \pi$, $f(x) = 1$, ha $-\pi < x \le 0$. Számítsuk ki $f(x)$ Fourier-sorát és adjuk meg a sor összegét.

5. [15p] Mutassuk meg, hogy az $x^3 + y^2 + z^2 + 3xyz = 0$ implicit egyenletnek van a $z(1,2) = -1$-et kielégítő megoldása, mely differenciálható az $(1,2)$ pont egy környezetében és adjuk meg $z'_x(1,2)$ és $z'_y(1,2)$ értékét.

6. [15p] Keressük meg az $f(\alpha,\beta) = \sin\alpha \cdot \sin\beta \cdot \sin(\alpha+\beta)$ függvény szélsőértékeit a $0 \le \alpha \le \pi$, $0 \le \beta \le \pi - \alpha$ tartományon.

7. [15p] a. Adjuk meg a $z = x^2 + y^2$, $z = 0$, $x = 0$, $y = 0$, $x + y = 1$ felületekkel határolt test térfogatát.

b.

$$\int_0^{\infty}\int_0^{\infty} \frac{dx\, dy}{(1 + x^2 + y^2)^2} = ?$$