B2 első zárthelyi, 2001. 03. 21

1) $\begin{pmatrix} 2 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 2 \\ 3 & 3 & 4 \end{pmatrix}^{-1} = ?$

2) Keressük meg azt a c értéket, amelyre megoldható az

$$5x_1 - x_2 + 2x_3 + x_4 = 7$$
$$2x_1 + x_2 + 4x_3 - 2x_4 = 1$$
$$x_1 - 3x_2 - 6x_3 + 5x_4 = c$$

lineáris egyenletrendszer és adjuk is meg az összes megoldását.

3) $\det \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 3 & 4 & 1 & 2 \end{pmatrix} = ?$

4) a) Keressük meg az $\underline{\underline{A}} = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 4 & 5 \\ 3 & 4 & 5 & 6 \\ 6 & 7 & 8 & 9 \\ 7 & 8 & 9 & 10 \end{pmatrix}$ mátrix rangját

b) $\det \underline{\underline{A}} = ?$

5) Legyen $E = \{\underline{e}_1, \underline{e}_2, \underline{e}_3\}$ ortogonális bázis a V euklideszi térben, $\|\underline{e}_1\| = 2$, $\|\underline{e}_2\| = 3$, $\|\underline{e}_3\| = 1$ euklideszi normákkal. Legyen $\underline{a} = 2\underline{e}_1 - \underline{e}_2 - \underline{e}_3$ és $T: V \to V$, $T\underline{v} = (\underline{v}, \underline{a})\underline{a}$. Adjuk meg a T operátor $\underline{\underline{T}}_{E,E}$ mátrixát.

6) Legyen $B = \{\underline{b}_1, \underline{b}_2, \underline{b}_3\}$ bázis a V vektortérben és $T: V \to V$ lineáris operátor, $T\underline{b}_1 = 3\underline{b}_1 - \underline{b}_2 - \underline{b}_3$, $T\underline{b}_2 = -\underline{b}_1 + 3\underline{b}_2 - \underline{b}_3$, $T\underline{b}_3 = -\underline{b}_1 - \underline{b}_2 + 3\underline{b}_3$. Tudjuk, hogy $\lambda = 1$ sajátértéke T-nek. Keressük meg T sajátértékeit és sajátvektorait

---

Pótfeladatok csak elégségesért

7) Keressük meg az összes olyan 2×2-es $\underline{\underline{A}}$ mátrixot, melyek $\underline{\underline{A}}\begin{pmatrix}1\\1\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}0\\0\end{pmatrix}$. Mi lesz ezen mátrixok rangja?

8) Számítsuk ki 1 és $\sin x$ szögének cosinusát az $(f,g) = \int_0^{\pi} fg\,dx$ skaláris szorzatos euklideszi térben

---

Minden feladat 10 pont, a pótfeladatok 5-5 pontosak. Ponthatárok: 24-, 33-, 42-, 51-. A pótfeladatokat csak akkor vesszük figyelembe, ha a többi feladatra kevesebb, mint 24 pont jár és ilyenkor is legfeljebb 24 pontig javítható velük az összpontszám.

Munkaidő 110 perc.