

2. vizsga

1. Inverz függvény definíciója. (3 pont)
2. Definiáljuk azt a fogalmat, amelyre a $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = A$ jelölést használjuk. (3 pont)
3. Newton–Leibniz-szabály. (3 pont)
4. Egészítsük ki a következő definíciót. (3 pont)
Egy $f: D_f \rightarrow \mathbb{R}$ függvény ($D_f \subseteq \mathbb{R}$) _____, ha létezik $K \in \mathbb{R}$ valós szám, hogy $|f(x)| \leq K$ minden $x \in D_f$ esetén.
5. Melyik a helyes befejezés? (3 pont)
Az $f: D_f \rightarrow \mathbb{R}$ függvénynek ($D_f \subseteq \mathbb{R}$) az $x_0 \in D_f$ pontban abszolút maximuma van,
(a) ha minden $x \in D_f$ esetén $f(x) \leq f(x_0)$.
(b) ha minden $x \in D_f$ esetén $f(x) \geq f(x_0)$.
(c) ha van olyan $\delta > 0$, hogy $|x - x_0| < \delta$ esetén $f(x) \leq f(x_0)$.
(d) ha van olyan $\delta > 0$, hogy $|x - x_0| < \delta$ esetén $f(x) \geq f(x_0)$.
6. Keressük meg a szakadási helyeket és azok fajtáit. (6 pont)

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x-2}{\sqrt{x+7}-3}, & \text{ha } x \in \mathbb{R}_+ \setminus \{2\} \\ 6, & \text{ha } x = 2 \end{cases}$$

7. Hógolyókat készítünk a nagy hócsatához. Erre egy óránk van. Ha egy golyó készítésére x másodpercet szánunk, akkor a dobások $2x^2 - \frac{x^3}{9}$ százaléka talál. Hány másodpercig gyúrjunk egy hógolyót, hogy a lehető legtöbb találatunk legyen? (7 pont)
8. Végezzük el az $f(x) = \ln(1-x^2)$ függvény teljes függvényvizsgálatát (értelmezési tartomány, zérushely, paritás, periodicitás, határértékek, aszimptoták, monotonitás, lokális szélsőértékek, konvexitás, ábrázolás, értékkészlet). (12 pont)
9. (6 pont) Melyik az az $f: \mathbb{R}_+ \rightarrow \mathbb{R}$ függvény, melyre $f'(x) = \frac{e^{\sqrt{x}}}{\sqrt{x}}$ és $f(4) = 2$?
10. (7 pont)
$$\int x^2 \sin(3x) dx = ?$$
11. Határozzuk meg az $f(x) = x\sqrt{x}$ függvény ($x \in [0, 4]$) grafikonjának ívhosszát. (7 pont)