

2. vizsga végeredményei

4. korlátos

5. (a)

6. Ha $x \neq 2$, akkor folytonos. A 2-ben a határérték:

$$\begin{aligned}\lim_{x \rightarrow 2} f(x) &= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x-2}{\sqrt{x+7}-3} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x-2}{\sqrt{x+7}-3} \cdot \frac{\sqrt{x+7}+3}{\sqrt{x+7}+3} = \\ &= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x-2}{x+7-3^2} (\sqrt{x+7}+3) = \lim_{x \rightarrow 2} \sqrt{x+7}+3 = 6,\end{aligned}$$

ami megegyezik a 2-beli függvényértékkel, így ez nem szakadás. Tehát a függvény mindenütt folytonos.

7. Az $f(x) = \frac{3600}{x} \cdot \frac{2x^2 - \frac{x^3}{9}}{100} = 72x - 4x^2$ függvény maximumát keressük:
 $f'(x) = 72 - 8x$, mely $x = 9$ -ben tűnik el.

Ez lokális maximum, hiszen a második derivált: $f''(x) = -8$ negatív.

A függvénynek $0 < x$ esetén van értelme, a széleken a függvény:

$\lim_{x \rightarrow 0+} f(x) = 0$, $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = -\infty$, tehát a lokális maximum globális is.

Tehát 9 másodpercig érdemes készíteni egy hógolyót.

8. ÉT: $(-1, 1)$, zérushely: 0, páros, periódus nincsen.

$\lim_{x \rightarrow \pm 1 \mp} f(x) = -\infty$, így $x = \pm 1$ függőleges aszimptota.

		$-1 < x < 0$	0	$0 < x < 1$
$f'(x) = \frac{-2x}{1-x^2}$	f'	+	0	-
$f''(x) = \frac{-2-2x^2}{(1-x^2)^2}$	f'	nő	max	csökken
	f''	-		
	f	konkáv		

ÉK: $(-\infty, 0]$

9. $f(x) = 2e^{\sqrt{x}} + C$, ahol $C = 2 - 2e^2$, azaz $f(x) = 2e^{\sqrt{x}} + 2 - 2e^2$.

$$\begin{aligned}10. \quad \int x^2 \sin(3x) dx &= x^2 \frac{-\cos(3x)}{3} - \int 2x \frac{-\cos(3x)}{3} dx = -\frac{x^2 \cos(3x)}{3} + \\ &+ \frac{2}{3} \int x \cos(3x) dx = -\frac{x^2 \cos(3x)}{3} + \frac{2x \sin(3x)}{9} + \frac{2 \cos(3x)}{27} + C,\end{aligned}$$

mert

$$\int x \cos(3x) dx = x \frac{\sin(3x)}{3} - \int \frac{\sin(3x)}{3} dx = \frac{x \sin(3x)}{3} + \frac{\cos(3x)}{9} + C$$

11. A függvény deriváltja: $f'(x) = (x\sqrt{x})' = (x^{\frac{3}{2}})' = \frac{3}{2}x^{\frac{1}{2}} = \frac{3}{2}\sqrt{x}$. Az ívhossz:

$$\int_0^4 \sqrt{1 + \left(\frac{3}{2}\sqrt{x}\right)^2} dx = \int_0^4 \sqrt{1 + \frac{9}{4}x} dx = \left[\frac{4}{9} \cdot \frac{2}{3} \left(1 + \frac{9}{4}x\right)^{\frac{3}{2}} \right]_0^4 = \frac{8}{27} \cdot (10\sqrt{10} - 1) \approx 9,07$$