

3. vizsga végeredményei

4. szakadási helye

5. (c)

$$6. \quad f(x) = xe^{-3x^2} \approx x \sum_{k=0}^n \frac{(-3x^2)^k}{k!} = \sum_{k=0}^n \frac{(-3)^k}{k!} x^{2k+1} = x - 3x^3 + \frac{9}{2}x^5 - \dots - \frac{(-3)^n}{n!} x^{2n+1},$$

így a negyedfokú Taylor-polinom $x - 3x^3$.

7. Az $f(x) = (x - 5) \cdot \frac{1000}{x^2} = \frac{1000}{x} - \frac{5000}{x^2}$ függvény maximumát keressük:

$$f'(x) = -\frac{1000}{x^2} + \frac{10000}{x^3}, \text{ mely } x = 10\text{-ben tűnik el.}$$

Ez lokális maximum, hiszen a második derivált: $f''(x) = \frac{2000}{x^3} - \frac{30000}{x^4}$ az $x = 10$ helyen: $f''(10) = 2 - 3 = -1$ negatív.

A függvénynek $5 < x$ esetén van értelme, a széleken a függvény:

$$f(5) = 0, \lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 0, \text{ tehát a lokális maximum globális is.}$$

Tehát 10 petáért érdemes árulni a szánkót.

8. ÉT: $\mathbb{R}$, zérushely 0 és 3, paritás, periódus nincsen.

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = +\infty, \text{ ferde aszimptota nincs.}$$

$$f'(x) = 4x^3 - 18x^2 + 18x, \text{ nullhelyei } 0, \frac{3}{2}, 3.$$

$$f''(x) = 12x^2 - 36x + 18, \text{ nullhelyei: } a = \frac{3}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2} \text{ és } b = \frac{3}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

	$(-\infty, 0)$	0	$(0, a)$	a	$(a, \frac{3}{2})$	$\frac{3}{2}$	$(\frac{3}{2}, b)$	b	$(b, 3)$	3	$(3, +\infty)$
f'	—	0	+			0	—			0	+
f	csökken	min	nő			max	csökken			min	nő
f''	+			0	—			0	+		
f	konvex			i.p.	konkáv			i.p.	konvex		

ÉK: $[0, +\infty)$

$$9. \quad f'(x) = \frac{\sin(5x)}{5} + 3x + C_1, \text{ ahol } C_1 = 2, \text{ így } f'(x) = \frac{\sin(5x)}{5} + 3x + 2.$$

$$f(x) = -\frac{\cos(5x)}{25} + \frac{3}{2}x^2 + 2x + C_2, \quad C_2 = \frac{26}{25}, \quad f(x) = -\frac{\cos(5x)}{25} + \frac{3}{2}x^2 + 2x + \frac{26}{25}.$$

$$10. \quad \int \frac{5}{5x^2 + 3} dx = \frac{5}{3} \int \frac{1}{\frac{5x^2}{3} + 1} dx = \frac{5}{3} \int \frac{1}{\left(\frac{\sqrt{5}x}{\sqrt{3}}\right)^2 + 1} dx =$$

$$= \frac{5}{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}} \arctg \left(\frac{\sqrt{5}x}{\sqrt{3}} \right) + C = \frac{\sqrt{15}}{3} \arctg \left(\frac{\sqrt{5}x}{\sqrt{3}} \right) + C$$

$$11. \quad \pi \int_0^3 \left(\sqrt[4]{3x^3} \right)^2 dx = \pi \int_0^3 \sqrt{3x^3} dx = \pi \sqrt{3} \int_0^3 x^{3/2} dx = \sqrt{3} \pi \left[\frac{x^{5/2}}{\frac{5}{2}} \right]_0^3 =$$

$$= \sqrt{3} \pi \left[\frac{2}{5} x^{5/2} \right]_0^3 = \sqrt{3} \pi \cdot \frac{2}{5} \cdot 3^{5/2} = \frac{54}{5} \pi \approx 33,93$$