

4. vizsga

1. Definiáljuk egy polinom gyökének multiplicitását. (3 pont)
2. Definiáljuk azt a fogalmat, amelyre a $\lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = A$ jelölést használjuk. (3 pont)
3. Bolzano-tétel kimondása. (3 pont)

4. Egészítsük ki a következő definíciót. (3 pont)

Az $f: D_f \rightarrow \mathbb{R}$ függvénynek ($D_f \subseteq \mathbb{R}$) az $x_0 \in D_f$ pontban _____ van, ha van olyan $\delta > 0$, hogy $|x - x_0| < \delta$ esetén $f(x) \geq f(x_0)$.

5. Melyik a helyes befejezés? (3 pont)

Az $f: D_f \rightarrow \mathbb{R}$ függvénynek ($D_f \subseteq \mathbb{R}$) az $x_0 \in D_f$ szakadási helye ugráshely, ha létezik az x_0 -beli jobb és bal oldali határérték,

(a) és ezek végesek és egyenlők.

(b) és ezek végesek, de nem egyenlők.

(c) és ezek egyike sem végtelen.

(d) és legalább egyike végtelen.

6. Invertálható-e az $f(x) = \frac{2-x}{x-5}$ függvény ($x \in \mathbb{R} \setminus \{5\}$)? Ha igen, akkor adjuk meg az inverzét. (7 pont)

7. Egy szánkópályán szánkózunk, ahol tetszőleges magasra felmehetünk, majd lecsúszhatunk. Ha x métert megyünk fel (ekkor ennyit is szánkózunk le), akkor a felgyaloglás $3x + 0,001x^2$ másodpercig, majd a lecsúszás $40 + x$ másodpercig tart. Milyen magasra menjünk, hogy az egy méter szánkózáshoz szükséges idő minimális legyen? (7 pont)

8. Végezzük el az $f(x) = \sqrt{x^2 + 4}$ függvény teljes függvényvizsgálatát (értelmezési tartomány, zérushely, paritás, periodicitás, határértékek, aszimptoták, monotonitás, lokális szélsőértékek, konvexitás, ábrázolás, értékkészlet). (12 pont)

9. (6 pont)

$$\int \frac{x^4 - 2x^3 + x^2 - 1}{x - 3} dx = ?$$

10. (7 pont)

$$\int x^2 \cos(4x) dx = ?$$

11. Az $f(x) = e^{3x}$ függvény ($x \in [0, 2]$) grafikonját az x tengely körül megforgattuk. Mennyi a keletkező forgástest térfogata? (6 pont)