

4. vizsga végeredményei

4. lokális minimuma

5. (b)

6. Igen, invertálható. Az inverze $f^{-1}(x) = \frac{5x+2}{x+1}$ ($x \neq -1$).

7. Az $f(x) = \frac{3x + 0,001x^2 + 40 + x}{x} = 3 + 0,001x + \frac{40}{x} + 1$ függvény minimumát keressük:

$$f'(x) = 0,001 - \frac{40}{x^2}, \text{ mely } x = 200\text{-ban tűnik el.}$$

Ez lokális minimum, hiszen a második derivált: $f''(x) = \frac{80}{x^3}$ pozitív.

A függvénynek $0 < x$ esetén van értelme, a széleken a függvény:

$$\lim_{x \rightarrow 0+} f(x) = +\infty, \lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = +\infty, \text{ így a lokális minimum globális is.}$$

Tehát 200 métert érdemes felgyalogolni.

8. ÉT: $\mathbb{R}$, zérushely nincs, páros, periódus nincsen.

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = +\infty, \text{ ferde aszimptota } y = x \text{ a } +\infty\text{-ben, } y = -x \text{ a } -\infty\text{-ben.}$$

$$f'(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2 + 4}}, \text{ nullhelye } 0.$$

$$f''(x) = \frac{4}{(x^2 + 4)^{3/2}}, \text{ nullhelye nincs.}$$

	$(-\infty, 0)$	0	$(0, +\infty)$
f'	–	0	+
f	csökken	min	nő
f''	+		
f	konvex		

ÉK: $[2, +\infty)$

$$\begin{aligned} 9. \quad \int \frac{x^4 - 2x^3 + x^2 - 1}{x - 3} dx &= \int \frac{(x^3 + x^2 + 4x + 12)(x - 3) + 35}{x - 3} dx = \\ &= \int x^3 + x^2 + 4x + 12 + \frac{35}{x - 3} dx = \frac{x^4}{4} + \frac{x^3}{3} + 2x^2 + 12x + 35 \ln |x - 3| + C \end{aligned}$$

$$10. \quad \int x^2 \cos(4x) dx = x^2 \frac{\sin(4x)}{4} - \int 2x \frac{\sin(4x)}{4} dx = \frac{x^2 \sin(4x)}{4} + \frac{x \cos(4x)}{8} - \frac{\sin(4x)}{32} + C,$$

mivel

$$\int x \sin(4x) dx = x \left(-\frac{\cos(4x)}{4} \right) - \int -\frac{\cos(4x)}{4} dx = -\frac{x \cos(4x)}{4} + \frac{\sin(4x)}{16} + C$$

$$11. \quad \pi \int_0^2 (e^{3x})^2 dx = \pi \int_0^2 e^{6x} dx = \pi \left[\frac{e^{6x}}{6} \right]_0^2 = \frac{e^{12} - 1}{6} \pi \approx 85\,218$$