

5. vizsga

1. Alulról korlátos függvény definíciója. (3 pont)
2. Definiáljuk azt a fogalmat, amelyre a $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = -\infty$ jelölést használjuk. (3 pont)
3. Weierstrass-tétel kimondása. (3 pont)
4. Egészítsük ki a következő definíciót. (3 pont)
Egy $f: D_f \rightarrow \mathbb{R}$ függvény ($D_f \subseteq \mathbb{R}$) _____, ha $x \in D_f$ esetén $-x \in D_f$ és $f(-x) = f(x)$.

5. Melyik a helyes befejezés? (3 pont)
Ha az $f: D_f \rightarrow \mathbb{R}$ kétszer differenciálható függvényre ($D_f \subseteq \mathbb{R}$) igaz, hogy
 - (a) x_0 -ban lokális minimuma van, akkor $f'(x_0) = 0$ és $f''(x_0) > 0$.
 - (b) x_0 -ban lokális minimuma van, akkor $f'(x_0) = 0$ és $f''(x_0) < 0$.
 - (c) $f'(x_0) = 0$ és $f''(x_0) > 0$, akkor a függvénynek x_0 -ban lokális minimuma van.
 - (d) $f'(x_0) = 0$ és $f''(x_0) < 0$, akkor a függvénynek x_0 -ban lokális minimuma van.
6. Keressük meg a szakadási helyeket és azok fajtáit. (7 pont)

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 - 4x + 3}, & \text{ha } x \in \mathbb{R} \setminus \{1; 3\} \\ 2, & \text{ha } x = 1 \text{ vagy } x = 3 \end{cases}$$

7. Az utolsó vizsgáig már csak 16 óránk van, melyet a készüléssel töltünk. Ha x óráig tanuljuk az elméletet, akkor $12\sqrt{x}$ pontot szerzünk az elméleti részen. Ha a feladatgyakorlásra y óra marad, akkor $3y$ pontot szerzünk a gyakorlati részen. Hogyan osszuk fel a 16 óránkat elméleti és gyakorlati tanulásra, hogy a lehető legtöbb pontot szerezzük? (7 pont)
8. Végezzük el az $f(x) = xe^x$ függvény teljes függvényvizsgálatát (értelmezési tartomány, zérushely, paritás, periodicitás, határértékek, aszimptoták, monotonitás, lokális szélsőértékek, konvexitás, ábrázolás, értékkészlet). (12 pont)
9. Melyik az az $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ függvény, melyre $f'(x) = 3x \cos x$ és $f(0) = 2$? (6 pont)
10. (6 pont)
$$\int \frac{\sqrt[3]{\operatorname{tg} x}}{\cos^2 x} dx = ?$$
11. Határozzuk meg az $f(x) = \sqrt{x}$ függvény grafikonja és a $2y = x$ egyenletű egyenes közötti síkidom területét. (7 pont)