

5. vizsga végeredményei

4. páros

5. (c)

6. Ha $x \neq 1; 3$, akkor a függvény folytonos. A határértékek:

$$\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 - 4x + 3} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x-2)(x-3)}{(x-1)(x-3)} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x-2}{x-1} = \frac{1}{2},$$

ami nem egyezik meg a függvény értékével, így ez egy megszüntethető szakadás.

$$\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 - 4x + 3} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-2}{x-1},$$

nem létezik, de $\lim_{x \rightarrow 1\pm} f(x) = \mp\infty$, tehát ez szinguláris szakadás.

7. Az $f(x) = 12\sqrt{x} + 3(16 - x) = 12\sqrt{x} + 48 - 3x$ függvény maximumát keressük:
 $f'(x) = \frac{6}{\sqrt{x}} - 3$, mely $x = 4$ -ben tűnik el.

Ekkor a függvény értéke: $f(4) = 60$.

Ez lokális maximum, hiszen a második derivált: $f''(x) = -\frac{3}{x^{3/2}}$ negatív.

A függvénynek $0 \leq x \leq 16$ esetén van értelme, a széleken a függvény:

$f(0) = 48$, $f(16) = 48$, így a lokális maximum globális is.

Tehát 4 órán át érdemes elméletet, és 12 órán át gyakorlatot tanulni.

8. ÉT: $\mathbb{R}$, zérushely $x = 0$, paritás, periódus nincsen.

$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$, ferde aszimptota nincs.

$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0$, vízszintes aszimptota: $y = 0$.

$f'(x) = (x+1)e^x$, nullhelye -1 .

$f''(x) = (x+2)e^x$, nullhelye -2 .

ÉK: $[-\frac{1}{e}, +\infty)$

	$x < -2$	-2	$-2 < x < -1$	-1	$-1 < x$
f'		–		0	+
f		csökken			min
f''	–	0		+	
f	konkáv	i.p.		konvex	

9. Parciális integrálással

$$f(x) = \int 3x \cos x \, dx = 3x \sin x - \int 3 \sin x \, dx = 3x \sin x + 3 \cos x + C,$$

ahol $C = -1$, így $f(x) = 3x \sin x + 3 \cos x - 1$.

10.
$$\int \frac{\sqrt[3]{\operatorname{tg} x}}{\cos^2 x} \, dx = \int (\operatorname{tg} x)^{1/3} (\operatorname{tg} x)' \, dx = \frac{(\operatorname{tg} x)^{4/3}}{4/3} + C = \frac{3}{4} (\operatorname{tg} x)^{4/3} + C$$

11. A metszéspontok: $\sqrt{x} = \frac{x}{2}$ egyenlet megoldásai, azaz $x = 0$ és $x = 4$.

$$\int_0^4 \sqrt{x} - \frac{x}{2} \, dx = \left[\frac{2}{3} x^{3/2} - \frac{x^2}{4} \right]_0^4 = \frac{16}{3} - 4 = \frac{4}{3} \approx 1,333$$