

# 7. gyakorlat

## Sajátértékek és sajátvektorok

Horváth Márton

BME, Matematika Intézet,  
Algebra és Geometria Tanszék

2026. április 16.

## 1. feladat

A  $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 6 \\ 2 & 0 & 3 \\ 4 & 5 & 3 \end{bmatrix}$  mátrix melyik sajátértékéhez tartozik a  $(3, 0, -2)$  sajátvektor?

# 1. feladat

A  $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 6 \\ 2 & 0 & 3 \\ 4 & 5 & 3 \end{bmatrix}$  mátrix melyik sajátértékéhez tartozik a  $(3, 0, -2)$  sajátvektor?

Az  $\mathbf{A}$  mátrix  $\mathbf{v}$  sajátvektorára:  $\mathbf{A}\mathbf{v} = \lambda\mathbf{v}$ , ahol  $\lambda$  a sajátérték.

Számoljuk ki a mátrix és a vektor szorzatát:

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 6 \\ 2 & 0 & 3 \\ 4 & 5 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 \\ 0 \\ -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -9 \\ 0 \\ 6 \end{bmatrix},$$

ami az eredeti vektor  $(-3)$ -szoros, tehát ez a vektor a  $-3$  sajátértékhez tartozó sajátvektor.

## 2. feladat (a)

Határozzuk meg a  $\begin{bmatrix} 5 & 6 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$  mátrix sajátértékeit és sajátvektorait.

## 2. feladat (a)

Határozzuk meg a  $\begin{bmatrix} 5 & 6 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$  mátrix sajátértékeit és sajátvektorait.

A sajátértékeket az alábbi determináns nullhelyei adják:

$$\det(\mathbf{A} - \lambda \mathbf{E}_2) = \begin{vmatrix} 5 - \lambda & 6 \\ 3 & 2 - \lambda \end{vmatrix} = (5 - \lambda)(2 - \lambda) - 6 \cdot 3 = \lambda^2 - 7\lambda - 8,$$

melynek a gyökei  $\lambda_1 = 8$  és  $\lambda_2 = -1$ . Ezek a sajátértékek.

Egy  $\lambda$  sajátértékhez a sajátérvektort az  $\mathbf{A} - \lambda \mathbf{E}_2$  együttthatómátrixú homogén lineáris egyenletrendszer megoldásával kaphatjuk meg.

Ez a  $\lambda_1 = 8$  esetén a következő:

$$\left[ \begin{array}{cc|c} -3 & 6 & 0 \\ 3 & -6 & 0 \end{array} \right] \xrightarrow{s_1/(-3)} \left[ \begin{array}{cc|c} 1 & -2 & 0 \\ 3 & -6 & 0 \end{array} \right] \xrightarrow{s_2 - 3s_1} \left[ \begin{array}{cc|c} 1 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{array} \right]$$

Tehát az  $x_2$  a szabad paraméter, és  $x_1 = 2x_2$ . Így a sajátvektorok halmaza:

$$\left\{ \begin{bmatrix} 2x \\ x \end{bmatrix} \mid x \neq 0 \right\}.$$

## 2. feladat (a) – folytatás

Határozzuk meg a  $\begin{bmatrix} 5 & 6 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$  mátrix sajátértékeit és sajátvektorait.

A  $\lambda_2 = -1$  esetben hasonlóan számolhatunk:

$$\left[ \begin{array}{cc|c} 6 & 6 & 0 \\ 3 & 3 & 0 \end{array} \right] \xrightarrow{s_1/6} \left[ \begin{array}{cc|c} 1 & 1 & 0 \\ 3 & 3 & 0 \end{array} \right] \xrightarrow{s_2-3s_1} \left[ \begin{array}{cc|c} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{array} \right]$$

Tehát az  $x_2$  a szabad paraméter, és  $x_1 = -x_2$ . Így a sajátvektorok halmaza:

$$\left\{ \left[ \begin{array}{c} -x \\ x \end{array} \right] \mid x \neq 0 \right\}.$$

## 2. feladat (b)

Határozzuk meg a  $\begin{bmatrix} 4 & 2 & -5 \\ -1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & -3 \end{bmatrix}$  mátrix sajátértékeit és sajátvektorait.

## 2. feladat (b)

Határozzuk meg a  $\begin{bmatrix} 4 & 2 & -5 \\ -1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & -3 \end{bmatrix}$  mátrix sajátértékeit és sajátvektorait.

A sajátértékeket az alábbi determináns nullhelyei adják:

$$\begin{aligned} \det(\mathbf{A} - \lambda \mathbf{E}_3) &= \begin{vmatrix} 4 - \lambda & 2 & -5 \\ -1 & 1 - \lambda & 1 \\ 2 & 2 & -3 - \lambda \end{vmatrix} = \\ &= (4 - \lambda)(1 - \lambda)(-3 - \lambda) + 4 + 10 + 10(1 - \lambda) + 2(-3 - \lambda) - 2(4 - \lambda) = \\ &= -\lambda^3 + 2\lambda^2 + 11\lambda - 12 + 14 + 10 - 10\lambda - 6 - 2\lambda - 8 + 2\lambda = \\ &= -\lambda^3 + 2\lambda^2 + \lambda - 2 \end{aligned}$$

Ennek a racionális gyökei a  $-2$  osztói közül kerülnek ki, így próbálgatással azt találjuk, hogy  $\lambda_1 = 1$  gyök, melyet így kiemelhetünk:

$$-\lambda^3 + 2\lambda^2 + \lambda - 2 = (\lambda - 1)(-\lambda^2 + \lambda + 2)$$

A kapott másodfokú polinomnak a gyökei:  $\lambda_2 = -1$  és  $\lambda_3 = 2$ .

Tehát a mátrix sajátértékei:  $1, -1, 2$ .

## 2. feladat (b) első sajátérték

Határozzuk meg a  $\begin{bmatrix} 4 & 2 & -5 \\ -1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & -3 \end{bmatrix}$  mátrix sajátértékeit és sajátvektorait.

$\lambda_1 = 1$  sajátértékhez sajátvektor:

$$\begin{aligned} \left[ \begin{array}{ccc|c} 3 & 2 & -5 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & 2 & -4 & 0 \end{array} \right] & \xrightarrow{s_1 \leftrightarrow s_2} \left[ \begin{array}{ccc|c} -1 & 0 & 1 & 0 \\ 3 & 2 & -5 & 0 \\ 2 & 2 & -4 & 0 \end{array} \right] & \xrightarrow{s_1/(-1)} \left[ \begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & -1 & 0 \\ 3 & 2 & -5 & 0 \\ 2 & 2 & -4 & 0 \end{array} \right] \\ & \sim \left[ \begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 2 & -2 & 0 \\ 0 & 2 & -2 & 0 \end{array} \right] & \xrightarrow{s_2/2} \left[ \begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 2 & -2 & 0 \end{array} \right] & \xrightarrow{s_3-2s_2} \left[ \begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right] \end{aligned}$$

Tehát  $x_3$  a szabad paraméter, és  $x_1 = x_3$  és  $x_2 = x_3$ .

Így a  $\lambda_1 = 1$  sajátértékhez tartozó sajátvektorok halmaza:

$$\left\{ \begin{bmatrix} x \\ x \\ x \end{bmatrix} \mid x \neq 0 \right\}$$

## 2. feladat (b) második sajátérték

Határozzuk meg a  $\begin{bmatrix} 4 & 2 & -5 \\ -1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & -3 \end{bmatrix}$  mátrix sajátértékeit és sajátvektorait.

Hasonlóan  $\lambda_2 = -1$  esetén:

$$\begin{aligned} \left[ \begin{array}{ccc|c} 5 & 2 & -5 & 0 \\ -1 & 2 & 1 & 0 \\ 2 & 2 & -2 & 0 \end{array} \right] & \xrightarrow{s_1 \leftrightarrow s_2} \left[ \begin{array}{ccc|c} -1 & 2 & 1 & 0 \\ 5 & 2 & -5 & 0 \\ 2 & 2 & -2 & 0 \end{array} \right] & \xrightarrow{s_1/(-1)} \left[ \begin{array}{ccc|c} 1 & -2 & -1 & 0 \\ 5 & 2 & -5 & 0 \\ 2 & 2 & -2 & 0 \end{array} \right] & \begin{array}{l} s_2 - 5s_1 \\ \sim \\ s_3 - 2s_1 \end{array} \\ \left[ \begin{array}{ccc|c} 1 & -2 & -1 & 0 \\ 0 & 12 & 0 & 0 \\ 0 & 6 & 0 & 0 \end{array} \right] & \xrightarrow{s_2/12} \left[ \begin{array}{ccc|c} 1 & -2 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 6 & 0 & 0 \end{array} \right] & \begin{array}{l} s_1 + 2s_2 \\ \sim \\ s_3 - 6s_2 \end{array} \left[ \begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right] \end{aligned}$$

Tehát  $x_2 = 0$ , és  $x_3$  a szabad paraméter, és  $x_1 = x_3$ .

Így a  $\lambda_2 = -1$  sajátértékekhez tartozó sajátvektorok halmaza:

$$\left\{ \begin{bmatrix} x \\ 0 \\ x \end{bmatrix} \mid x \neq 0 \right\}$$

## 2. feladat (b) harmadik sajátérték

Határozzuk meg a  $\begin{bmatrix} 4 & 2 & -5 \\ -1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & -3 \end{bmatrix}$  mátrix sajátértékeit és sajátvektorait.

Végül  $\lambda_3 = 2$  esetén:

$$\begin{aligned} & \left[ \begin{array}{ccc|c} 2 & 2 & -5 & 0 \\ -1 & -1 & 1 & 0 \\ 2 & 2 & -5 & 0 \end{array} \right] \xrightarrow{s_3-s_1} \left[ \begin{array}{ccc|c} 2 & 2 & -5 & 0 \\ -1 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right] \xrightarrow{s_1 \leftrightarrow s_2} \left[ \begin{array}{ccc|c} -1 & -1 & 1 & 0 \\ 2 & 2 & -5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right] \\ & \xrightarrow{s_1/(-1)} \left[ \begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & -1 & 0 \\ 2 & 2 & -5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right] \xrightarrow{s_2-2s_1} \left[ \begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right] \\ & \xrightarrow{s_2/(-3)} \left[ \begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right] \xrightarrow{s_1+s_2} \left[ \begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right] \end{aligned}$$

Tehát  $x_3 = 0$  és  $x_2$  a szabad paraméter, és  $x_1 = -x_2$ .

Így a  $\lambda_3 = 2$  sajátértékekhez tartozó sajátvektorok halmaza:

$$\left\{ \begin{bmatrix} -x \\ x \\ 0 \end{bmatrix} \mid x \neq 0 \right\}$$

### 3. feladat

Határozzuk meg a  $\begin{bmatrix} 0 & 2 & 0 \\ -1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 4 \end{bmatrix}$  mátrix sajátértékeit, és az egyik sajátértékhez adjunk meg egy sajátvektort.

### 3. feladat

Határozzuk meg a  $\begin{bmatrix} 0 & 2 & 0 \\ -1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 4 \end{bmatrix}$  mátrix sajátértékeit, és az egyik sajátértékhez adjunk meg egy sajátvektort.

A sajátértékekhez az alábbi determinánst az utolsó oszlop szerinti kifejtéssel számoljuk:

$$\begin{aligned}\det(\mathbf{A} - \lambda \mathbf{E}_3) &= \begin{vmatrix} -\lambda & 2 & 0 \\ -1 & 2 - \lambda & 0 \\ 0 & 1 & 4 - \lambda \end{vmatrix} = 0 \cdot \begin{vmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 4 - \lambda \end{vmatrix} - 0 \cdot \begin{vmatrix} -\lambda & 0 \\ -1 & 0 \end{vmatrix} + (4 - \lambda) \begin{vmatrix} -\lambda & 2 \\ -1 & 2 - \lambda \end{vmatrix} = \\ &= (4 - \lambda) ((-\lambda)(2 - \lambda) - (-2)) = (4 - \lambda) (\lambda^2 - 2\lambda + 2)\end{aligned}$$

Így  $\lambda_1 = 4$  sajátérték. A másik két sajátérték a  $\lambda^2 - 2\lambda + 2$  polinom gyökei:

$$\lambda_{2,3} = \frac{+2 \pm \sqrt{(-2)^2 - 4 \cdot 2}}{2} = \frac{+2 \pm \sqrt{-4}}{2} = \frac{2 \pm 2i}{2} = 1 \pm i$$

Tehát a sajátértékek:  $4, 1 + i, 1 - i$ .

### 3. feladat – folytatás

$\lambda = 4$ -hez sajátvektor:

$$\begin{aligned} \left[ \begin{array}{ccc|c} -4 & 2 & 0 & 0 \\ -1 & -2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{array} \right] & \xrightarrow{s_1 \leftrightarrow s_2} \left[ \begin{array}{ccc|c} -1 & -2 & 0 & 0 \\ -4 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{array} \right] \xrightarrow{s_1/(-1)} \left[ \begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 0 & 0 \\ -4 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{array} \right] \xrightarrow{s_2+4s_1} \\ \left[ \begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 10 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{array} \right] & \xrightarrow{s_2/10} \left[ \begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{array} \right] \xrightarrow{s_3-s_2} \left[ \begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right] \xrightarrow{s_1-2s_2} \\ & \left[ \begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{array} \right] \end{aligned}$$

Tehát  $x_3$  szabad paraméter, és  $x_1 = x_2 = 0$ .

Így a  $\lambda = 4$  sajátértékekhez tartozó sajátvektorok halmaza:

$$\left\{ \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ x \end{bmatrix} \mid x \neq 0 \right\}$$

A  $(0, 0, 1)$  egy sajátvektor.

## 4. feladat

Tudjuk, hogy az  $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 7 & -2 \\ a & 4 \end{bmatrix}$  mátrix egyik sajátvektora  $\mathbf{v}_1 = (1, 2)$ .

Határozzuk meg az ehhez tartozó sajátértéket és az  $a$  paraméter értékét.

## 4. feladat

Tudjuk, hogy az  $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 7 & -2 \\ a & 4 \end{bmatrix}$  mátrix egyik sajátvektora  $\mathbf{v}_1 = (1, 2)$ .

Határozzuk meg az ehhez tartozó sajátértéket és az  $a$  paraméter értékét.

Ha  $\lambda_1$  a  $\mathbf{v}_1$  sajátvektorhoz tartozó sajátérték, akkor  $\mathbf{A}\mathbf{v}_1 = \lambda_1\mathbf{v}_1$ , azaz

$$\mathbf{A}\mathbf{v}_1 = \begin{bmatrix} 7 & -2 \\ a & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ a+8 \end{bmatrix},$$

amiből  $\lambda_1 = 3$ , és ekkor  $a+8 = 3 \cdot 2$ , amiből  $a = -2$ .

Innen az előző feladatokhoz hasonlóan kiszámolhatjuk az  $\mathbf{A}$  mátrix sajátértékeit:

$$\det \begin{pmatrix} 7-\lambda & -2 \\ -2 & 4-\lambda \end{pmatrix} = (7-\lambda)(4-\lambda) - (-2) \cdot (-2) = \lambda^2 - 11\lambda + 24,$$

melynek a másik gyöke:  $\lambda_2 = 8$ . Ehhez sajátvektor:

$$\left[ \begin{array}{cc|c} -1 & -2 & 0 \\ -2 & -4 & 0 \end{array} \right] \xrightarrow{s_1/(-1)} \left[ \begin{array}{cc|c} 1 & 2 & 0 \\ -2 & -4 & 0 \end{array} \right] \xrightarrow{s_2+2s_1} \left[ \begin{array}{cc|c} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{array} \right]$$

Így a sajátvektorok halmaza:  $\left\{ \begin{bmatrix} -2x \\ x \end{bmatrix} \mid x \neq 0 \right\}$ .

## 5. feladat

Írjuk fel annak a térbeli transzformációnak a mátrixát, mely az  $x$  tengely körül  $120^\circ$ -kal forgat, majd a  $z$  tengely körül  $90^\circ$ -kal forgat. A kompozíció milyen tengely körüli forgatás?

## 5. feladat

Írjuk fel annak a térbeli transzformációnak a mátrixát, mely az  $x$  tengely körül  $120^\circ$ -kal forgat, majd a  $z$  tengely körül  $90^\circ$ -kal forgat. A kompozíció milyen tengely körüli forgatás?

Az  $x$  tengely körüli  $120^\circ$ -os forgatás mátrixa:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(120^\circ) & -\sin(120^\circ) \\ 0 & \sin(120^\circ) & \cos(120^\circ) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{1}{2} \end{bmatrix}$$

A  $z$  tengely körüli  $90^\circ$ -os forgatás mátrixa:

$$\begin{bmatrix} \cos(90^\circ) & -\sin(90^\circ) & 0 \\ \sin(90^\circ) & \cos(90^\circ) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

A két forgatás kompozíciójához tartozó mátrix:

$$\begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{1}{2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{1}{2} \end{bmatrix}$$

A transzformáció tengelye fix, így az iránya az 1 sajátértékhez tartozó sajátvektor.

## 5. feladat – folytatás

$$\begin{vmatrix} 0-\lambda & \frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \\ 1 & 0-\lambda & 0 \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{1}{2}-\lambda \end{vmatrix} = \lambda^2 \left(-\frac{1}{2}-\lambda\right) + 0 + \frac{3}{4} - 0 - \frac{1}{2} \left(-\frac{1}{2}-\lambda\right) - 0 =$$
$$= -\lambda^3 - \frac{1}{2}\lambda^2 + \frac{1}{2}\lambda + 1 = (\lambda - 1) \left(-\lambda^2 - \frac{3}{2}\lambda - 1\right)$$

Tehát  $\lambda = 1$  valóban sajátérték, míg a másik kettő nem valós.

Az 1-hez tartozó sajátvektor:

$$\begin{bmatrix} -1 & \frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} & | & 0 \\ 1 & -1 & 0 & | & 0 \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{3}{2} & | & 0 \end{bmatrix} \xrightarrow{s_1 \leftrightarrow s_2} \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & | & 0 \\ -1 & \frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} & | & 0 \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{3}{2} & | & 0 \end{bmatrix} \xrightarrow{s_2 + s_1} \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & | & 0 \\ 0 & -\frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} & | & 0 \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{3}{2} & | & 0 \end{bmatrix} \xrightarrow{s_2 \cdot (-2)} \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & | & 0 \\ 0 & 1 & -\sqrt{3} & | & 0 \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{3}{2} & | & 0 \end{bmatrix}$$
$$\xrightarrow{s_3 - \frac{\sqrt{3}}{2} s_2} \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & | & 0 \\ 0 & 1 & -\sqrt{3} & | & 0 \\ 0 & 0 & 0 & | & 0 \end{bmatrix} \xrightarrow{s_1 + s_2} \begin{bmatrix} 1 & 0 & -\sqrt{3} & | & 0 \\ 0 & 1 & -\sqrt{3} & | & 0 \\ 0 & 0 & 0 & | & 0 \end{bmatrix}$$

$x_3$  szabad paraméter,  $x_1 = x_2 = \sqrt{3}x_3$ , így a sajátvektorok:  $\left\{ \begin{bmatrix} \sqrt{3}x \\ \sqrt{3}x \\ x \end{bmatrix} \mid x \neq 0 \right\}$ ,  
így a tengely a  $(\sqrt{3}, \sqrt{3}, 1)$  vektor egyenese

## Bónuszfeladat

A  $\begin{bmatrix} 0 & 2 & 0 \\ -1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 4 \end{bmatrix}$  mátrix nem valós sajátértékeihez számítsuk ki a sajátvektorokat.

# Házi feladat

Határozzuk meg a  $\begin{bmatrix} -1 & -2 & -2 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & 2 \end{bmatrix}$  mátrix sajátértékeit és a hozzájuk tartozó sajátvektorokat.

# Házi feladat megoldása

A karakterisztikus egyenlet:  $-\lambda^3 + \lambda^2 + 2\lambda$ , melynek gyökei  $0, 2, -1$  a sajátértékek.

0-hoz tartozó sajátvektorok:  $\left\{ \begin{bmatrix} -2x \\ x \\ 0 \end{bmatrix} \mid x \neq 0 \right\},$

2-höz tartozó sajátvektorok:  $\left\{ \begin{bmatrix} -2x \\ x \\ 2x \end{bmatrix} \mid x \neq 0 \right\},$

$-1$ -hez tartozó sajátvektorok:  $\left\{ \begin{bmatrix} -x \\ -x \\ x \end{bmatrix} \mid x \neq 0 \right\}.$