1. vizsga

A) (5 pont) Mikor nevezünk vektorokat lineárisan függetlennek, illetve összefüggőnek?

B) (5 pont) Mondjuk ki a Picard–Lindelöf-tételt.

C) (5 pont) Cauchy–Hadamard-tétel kimondása.

1. (6 pont) Számítsuk ki az alábbi mátrix inverzét.

$$\begin{bmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 2 & 4 & 0 \\ 3 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

2. (6 pont) Az alábbi egyenletrendszernek hány megoldása van az a paraméter függvényében? Egy alkalmas a-ra adjuk is meg a megoldást.

$$\begin{aligned} 3x + y + az &= -1 \\ x + 3y + 2z &= 7 \\ 2x + 5y + 2z &= 11 \end{aligned}$$

3. (6 pont) Adjuk meg az $y' - \dfrac{2}{x}y = x^2 \sin x$ differenciálegyenlet általános megoldását.

4. (7 pont) Oldjuk meg az alábbi differenciálegyenletet.

$$y'' + 2y' - 3y = e^x, \quad y(0) = 2, \quad y'(0) = 1$$

5. (6 pont) Írjuk fel az $f(x,y) = x\ln(x+2y) - 1$ függvény érintősíkját a $P(-1,1)$ pontban.

6. (7 pont) Számoljuk ki az $x^2 + y^2 + z^2 \leq 4$, $x \leq 0$, $0 \leq y$, $\sqrt{x^2+y^2} \leq z$ egyenlőtlenségek által meghatározott térrész térfogatát.

7. (7 pont) Írjuk fel az $f(x) = \sqrt[3]{27 - 3x^2}$ függvény $x_0 = 0$ körüli Taylor-sorát, és határozzuk meg annak konvergenciasugarát. Mennyi $f^{(4)}(0)$?