2. vizsga

A) (5 pont) Mit nevezünk egy mátrix inverzének? Mely mátrixoknak van inverze?

B) (5 pont) Laplace-transzformált definíciója.

C) (5 pont) Gradiens definíciója.

1. (6 pont) Legfeljebb hány lineárisan független vektor választható ki az alábbi vektorok közül?
$$\begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ 4 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 3 \\ 5 \\ 5 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 2 \\ 4 \\ 2 \end{bmatrix}$$

2. (6 pont) Tudjuk, hogy az $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} p & 2 \\ 3 & 0 \end{bmatrix}$ mátrix egyik sajátvektora $\mathbf{v}_1 = (2, 3)$. Határozzuk meg a p paraméter értékét, a sajátértékeket és a másik sajátvektort.

3. (6 pont) Adjuk meg az $y' + y \sin x = \sin x$ differenciálegyenlet általános megoldását.

4. (7 pont) Oldjuk meg az alábbi differenciálegyenletet.
$$y'' + 4y' + 4y = x, \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = -2$$

5. (7 pont) Keressük meg az $f(x, y) = x^4 + xy^2 - 6xy + 5x + 3$ függvény lokális szélsőértékeit, és azok típusát.

6. (7 pont) Integráljuk az $f(x, y) = xy$ függvényt a $(0, 0), (2, 0), (0, 3)$ csúcsú háromszöglapon.

7. (6 pont) Írjuk fel az $f(x) = \dfrac{4}{x + 2}$ függvény $x_0 = 5$ körüli Taylor-sorát, és a konvergenciatartományt is adjuk meg.