3. vizsga

A) (5 pont) Vektortér definíciója.

B) (5 pont) Cauchy–Peano-tétel.

C) (5 pont) Taylor-polinom definíciója.

1. (6 pont) Az alábbi egyenletrendszernek hány megoldása van a b paraméter függvényében? Egy alkalmas b-re adjuk is meg a megoldást.

$$\begin{aligned} x + 3y + 2z &= 1 \\ 2x + 8y + 8z &= 6 \\ 3x + 6y &= b \end{aligned}$$

2. (6 pont) Tudjuk, hogy az $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} a & 3 \\ 4 & 5 \end{bmatrix}$ mátrix egyik sajátvektora $\mathbf{v}_1 = (3, 2)$. Határozzuk meg az a paraméter értékét, és adjunk meg egy $\mathbf{v}_1$-től lineárisan független sajátvektort.

3. (6 pont) Adjuk meg az $y' = \dfrac{x^2 e^{y^3}}{y^2}$ differenciálegyenlet ($y \neq 0$) általános megoldását.

4. (7 pont) Oldjuk meg az alábbi differenciálegyenletet.

$$y'' - 2y' + 10y = e^x, \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = 2$$

5. (6 pont) Mennyi az $f(x, y) = \dfrac{xy}{x + y}$ függvény iránymenti deriváltjának a minimuma a $P(1, -2)$ pontban?

6. (7 pont) Számoljuk ki az alábbi integrált.

$$\iint_A xy^2 + x \,\mathrm{d}(x, y), \text{ ahol } A = \left\{(x, y) \;\middle|\; x^2 + y^2 \leq 2,\ 0 \leq y \leq x\right\}$$

7. (7 pont) Határozzuk meg a $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(x+3)^n}{(n+1)3^n}$ hatványsor konvergenciaintervallumát.