# 4. vizsga

A) (5 pont) Altér definíciója.

B) (5 pont) Mikor oldható meg az $\mathbf{Ax} = \mathbf{b}$ egyenletrendszer? Mikor egyértelmű a megoldás? Hány változó választható szabadon?

C) (5 pont) Kétváltozós függvény lokális szélsőértékeire vonatkozó szükséges és elégséges feltétel (ez két tétel).

1. (6 pont) Írjuk fel a $\begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ 4 \end{bmatrix}$ vektor koordinátáit a $\left\{ \begin{bmatrix} 4 \\ 1 \\ 4 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 5 \\ 3 \\ 2 \end{bmatrix} \right\}$ bázisban.

2. (6 pont) Számítsuk ki az alábbi mátrix inverzét.

$$\begin{bmatrix} 3 & 0 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

3. (6 pont) Adjuk meg az $y' - \frac{2}{x} y = x^3 + x$ differenciálegyenlet általános megoldását.

4. (7 pont) Oldjuk meg az alábbi differenciálegyenletet.

$$y'' + 2y' = \sin(2x), \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = -1$$

5. (6 pont) Írjuk fel az $f(x, y) = \dfrac{1 - 2xy}{x - 3}$ függvény $(2, 1)$ pontbeli érintősíkját.

6. (7 pont) Számoljuk ki az alábbi integrált.

$$\int_0^1 \int_{2x}^2 \sin\left(y^2\right) \, \mathrm{d}y \, \mathrm{d}x$$

7. (7 pont) Írjuk fel az $f(x) = \sqrt{25 + 5x^2}$ függvény $x_0 = 0$ körüli Taylor-sorát, és határozzuk meg annak konvergenciasugarát. Mennyi $f^{(6)}(0)$?