

Név: .....

Neptun-kód: .....

A	B	C	1	2	3	4	5	6	7	$\Sigma$

**Elmélet**

- A) (5 pont) Definiálja egy vektortér generátorrendszerének fogalmát!
- B) (5 pont) Írja le a hatványsorok konvergenciasugarának kiszámítására vonatkozó tételt!
- C) (5 pont) Mondja ki egy  $n$ -változós függvény lokális szélsőértékének létezésére vonatkozó szükséges feltételt!

**Feladatok**

1. (7 pont) Számolja ki, hogy a megadott lineáris egyenletrendszernek az  $a$  valós paraméter mely értékeinél van megoldása! Mik ekkor a megoldások?

$$\left. \begin{aligned} x + 2y + 3z &= 4 \\ 2x - y - 2z &= a^2 \\ -x - 7y - 11z &= a \end{aligned} \right\}$$

2. (6 pont) Számolja ki a megadott  $B$  mátrix inverzét!

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 3 & -2 \\ 2 & 3 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

3. (6 pont) Keresse meg az  $y' = \frac{xy^3}{\sqrt{1+x^2}}$  differenciálegyenlet  $y(0) = 1$  kezdeti feltételt kielégítő megoldását!
4. (7 pont) Oldja meg az  $y'' - 3y' + 2y = \sin x$  differenciálegyenletet!
5. (6 pont) Írja fel az  $f(x, y) = \frac{x}{y^2} + e^{x+2y}$  függvény érintősíkjának egyenletét a  $P_0(2; -1)$  pontban!
6. (6 pont) Számolja ki az  $\iint_T \frac{1}{\sqrt[3]{y}(x^3+1)} dx dy$  integrál értékét, ahol  $T$  az  $x = -\sqrt[3]{y}$ ,  $x = 3$  görbék és az  $x$ -tengely határolta korlátos tartomány! (Megjegyzés: az  $a^{\frac{2}{3}}$  kifejezést értelmezzük  $(\sqrt[3]{a})^2$  módon minden  $a \in \mathbb{R}$  esetén)
7. (7 pont) Határozza meg a  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{2^{n-1}}{n!} x^n$  hatványsor konvergenciatartományát és összegfüggvényét!

**Emlékeztető**

- Segédeszközként egyedül a honlapon található segédlet használható, számológép sem! A dolgozat megírására 90 perc áll rendelkezésre.