

Név: .....

	+		=	
--	---	--	---	--

Neptun-kód: .....

A	B	C	1	2	3	4	5	6	7	$\Sigma$

**Elmélet**

- A) (5 pont) Mondja ki egy négyzetes mátrix sajátvektorának és sajátértékének definícióját!
- B) (5 pont) Ismertesse, hogy a sor- és oszlopműveleteket egy mátrix determinánsának, rangjának és inverzének kiszámításánál hogyan tudjuk használni!
- C) (5 pont) Mondja ki egy kétváltozós függvény lokális szélsőértékére vonatkozó elégséges feltételt!

**Feladatok**

1. (6 pont) Hány megoldása van a megadott egyenletrendszernek az  $a, b \in \mathbb{R}$  paraméterek függvényében?

$$\begin{aligned} x_1 - x_2 - 2x_3 &= 2 \\ ax_1 + 3x_2 + 2x_3 &= 1 \\ -x_1 + 2x_3 &= b \end{aligned}$$

2. (6 pont) Oldja meg az  $y'' - 3y' + 2y = x^2$  differenciálegyenletet!
3. (7 pont) Oldja meg Laplace-transzformáció segítségével az  $y'' + 2y' + 2y = 1$ ,  $y(0) = 0$ ,  $y'(0) = 1$  kezdeti érték problémát!
4. (6 pont)  $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^2 - xy + y^2}{x^2 + y^2} = ?$
5. (7 pont) Határozza meg az  $f(x, y) = \frac{1}{x} \cos \frac{y}{x}$  függvény grafikonja alatti hengerszerű test előjeles térfogatát a  $T = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : \frac{\pi}{2} \leq x \leq \pi, 0 \leq y \leq x^2\}$  tartományon!
6. (7 pont) Alkalmas helyettesítéssel számolja ki:  $\iint_D xy \, d(x, y)$ , ahol  $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x, y \geq 0, x^2 + y^2 \leq 1\}$  tartomány!
7. (6 pont) Írja fel az  $f(x) = (x - 1)e^{-2x^2}$  függvény  $x_0 = 0$  körüli Taylor-sorát. Mi a sor konvergenciatartománya?

**Emlékeztető**

- Segédeszközként egyedül a honlapon található segédletek használhatók, számológép sem! A dolgozat megírására 90 perc áll rendelkezésre.