

## 1. vizsga

1. Mikor nevezünk egy függvényt párosnak? (3 pont)
2. Definiáljuk azt a fogalmat, melyre a  $\lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = A$  jelölést használjuk! (3 pont)
3. Mondjuk ki a (sorozatokra vonatkozó) rendőr-elvet! (3 pont)
4. Egészítsük ki a következő definíciót! (3 pont)  
Az  $f: D_f \rightarrow \mathbb{R}$  függvénynek ( $D_f \subseteq \mathbb{R}$ ) az  $x_0 \in D_f$  szakadási helye \_\_\_\_\_, ha létezik és véges az  $x_0$ -beli jobb és bal oldali határérték, de nem egyenlőek.
5. Melyik a helyes befejezés? (3 pont)  
Az  $f: D_f \rightarrow \mathbb{R}$  differenciálható függvény ( $D_f \subseteq \mathbb{R}$ ) az  $I \subseteq D_f$  intervallumon konvex, ha minden  $x, x_0 \in I$  esetén
  - (a)  $f(x_0) \leq f(x) + f'(x_0)(x - x_0)$ .
  - (b)  $f(x_0) \geq f(x) + f'(x_0)(x - x_0)$ .
  - (c)  $f(x) \leq f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0)$ .
  - (d)  $f(x) \geq f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0)$ .
6. Invertálható-e az  $f(x) = \ln(x^3 + 5) - 1$  függvény? Ha igen, akkor adjuk meg az inverzét. (7 pont)
7. A karácsonyi vásárban mézeskalácsot árulunk. Ha  $x$  petágot költünk egy darab előállítására, akkor azt  $20\sqrt{x}$  petáért tudjuk eladni. Mennyit költsünk az előállításra, hogy a darabonkénti hasznunk a lehető legnagyobb legyen? (7 pont)
8. Végezzük el az  $f(x) = \frac{5 - 2x}{x + 3}$  függvény teljes függvényvizsgálatát (értelmezési tartomány, zérushely, paritás, periodicitás, határértékek, aszimptoták, monotonitás, lokális szélsőértékek, konvexitás, ábrázolás, értékkészlet). (12 pont)
9. Melyik az az  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  függvény, melyre  $f''(x) = \cos(3x) + 2$ , továbbá  $f(0) = 1$  és  $f'(0) = 3$ ? (7 pont)
10. (6 pont)
$$\int_0^1 x e^{3x^2} dx = ?$$
11. Az  $f(x) = x^2 + 3$ ,  $x \in [0, 3]$  függvény grafikonját az  $x$  tengely körül megforgatjuk. Mennyi a keletkező forgástest térfogata? (6 pont)