

1. vizsga

1. Mikor nevezünk egy függvényt periodikusnak? (3 pont)
2. Definiáljuk azt a fogalmat, melyre a $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = A$ jelölést használjuk. (3 pont)
3. Definiáljuk egy függvény Taylor-polinomját. (3 pont)
4. Egészítsük ki a következő definíciót. (3 pont)
Egy $f: D_f \rightarrow \mathbb{R}$ függvény ($D_f \subseteq \mathbb{R}$) _____, ha létezik $K \in \mathbb{R}$ valós szám, hogy $f(x) \geq K$ minden $x \in D_f$ esetén.
5. Melyik a helyes tétel? (3 pont)
 - (a) Ha az $f: D_f \rightarrow \mathbb{R}$ kétszer differenciálható függvénynek ($D_f \subseteq \mathbb{R}$) x_0 -ban lokális maximuma van, akkor $f'(x_0) = 0$ és $f''(x_0) < 0$.
 - (b) Ha az $f: D_f \rightarrow \mathbb{R}$ kétszer differenciálható függvényre ($D_f \subseteq \mathbb{R}$) $f'(x_0) = 0$ és $f''(x_0) \leq 0$, akkor a függvénynek x_0 -ban lokális maximuma van.
 - (c) Ha az $f: D_f \rightarrow \mathbb{R}$ kétszer differenciálható függvényre ($D_f \subseteq \mathbb{R}$) $f'(x_0) = 0$ és $f''(x_0) < 0$, akkor a függvénynek x_0 -ban lokális maximuma van.
 - (d) Ha az $f: D_f \rightarrow \mathbb{R}$ kétszer differenciálható függvényre ($D_f \subseteq \mathbb{R}$) $f'(x_0) = 0$ és $f''(x_0) > 0$, akkor a függvénynek x_0 -ban lokális maximuma van.
6. Invertálható-e az $f: [0, 2\pi] \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 3 \sin\left(\frac{x - \pi}{2}\right)$ függvény ($x \in [0, 2\pi]$)? Ha igen, akkor adjuk meg az inverzét. (6 pont)
7. Ha naponta x órát foglalkozunk Luca székének készítésével, akkor egy nap a $10x - 3x^2$ százalékát tudjuk megcsinálni. Leghamarabb hány nap alatt készülhetünk el? (7 pont)
8. Végezzük el az $f(x) = \frac{3x + 2}{5 - x}$ függvény teljes függvényvizsgálatát (értelmezési tartomány, zérushely, paritás, periodicitás, határértékek, aszimptoták, monotonitás, lokális szélsőértékek, konvexitás, ábrázolás, értékkészlet). (12 pont)
9. Melyik az az $f: (-\infty, 0) \rightarrow \mathbb{R}$ függvény, melyre $f''(x) = \frac{1}{x^2}$, továbbá $f(-1) = 0$ és $f'(-2) = 1$? (6 pont)
10. (7 pont)
$$\int x^2 \cos(2x) dx = ?$$
11. Az $f(x) = x^3$, $x \in [0, 1]$ függvény grafikonját az x tengely körül megforgatjuk. Mennyi a keletkező forgástest palástfelszíne? (7 pont)