1. vizsga végeredményei

4. alulról korlátos

5. (c)

6. Igen, invertálható, mert $\frac{x-\pi}{2} \in [-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$, ahol a sin függvény inverze arcsin, így $f^{-1}(x) = 2\arcsin(\frac{x}{3}) + \pi$.

7. Az $f(x) = 10x - 3x^2$ függvény maximumát keressük:
$f'(x) = 10 - 6x$, mely $x = \frac{5}{3}$-ban tűnik el.
Ez lokális maximum, hiszen a második derivált: $f''(x) = -6$ negatív.
A függvénynek $0 \leq x < +\infty$ esetén van értelme, a széleken a függvény:
$f(0) = 0$ és $\lim\limits_{x\to\infty} f(x) = -\infty$, tehát a lokális maximum globális is.
A függvény értéke: $f(\frac{5}{3}) = \frac{25}{3}$, azaz 12 nap alatt készülhetünk el.

8. ÉT: $\mathbb{R} \setminus \{5\}$, zérushely: $x = -\frac{2}{3}$, paritás, periódus nincsen.
$\lim\limits_{x\to\pm\infty} f(x) = -3$, így $y = -3$ vízszintes aszimptota $\pm\infty$-ben.
$\lim\limits_{x\to 5\pm} f(x) = \mp\infty$, így $x = 5$ függőleges aszimptota.

$$f'(x) = \frac{17}{(5-x)^2}$$
$$f''(x) = \frac{34}{(5-x)^3}$$

	$(-\infty, 5)$	5	$(5, +\infty)$
f'	+	n. é.	+
f	nő	n. é.	nő
f''	+	n. é.	−
f	konvex	n. é.	konkáv

ÉK: $\mathbb{R} \setminus \{-3\}$.

9. $f'(x) = -\dfrac{1}{x} + C_1$, ahol $C_1 = \frac{1}{2}$
$f(x) = -\ln(-x) + \dfrac{x}{2} + C_2$, ahol $C_2 = \frac{1}{2}$, tehát
$f(x) = -\ln(-x) + \dfrac{x}{2} + \dfrac{1}{2}$

10.
$$\int x^2\cos(2x)\,\mathrm{d}x = x^2\frac{\sin(2x)}{2} - \int 2x\frac{\sin(2x)}{2}\,\mathrm{d}x = \frac{x^2\sin(2x)}{2} + \frac{x\cos(2x)}{2} - \frac{\sin(2x)}{4} + C$$
mivel
$$\int x\sin(2x)\,\mathrm{d}x = x\left(-\frac{\cos(2x)}{2}\right) + \int\frac{\cos(2x)}{2}\,\mathrm{d}x = -\frac{x\cos(2x)}{2} + \frac{\sin(2x)}{4} + C$$

11.
$$2\pi\int_0^1 x^3\sqrt{1+(3x^2)^2}\,\mathrm{d}x = \frac{2\pi}{36}\int_0^1 36x^3\sqrt{1+9x^4}\,\mathrm{d}x = \frac{\pi}{18}\left[\frac{2}{3}\left(1+9x^4\right)^{\frac{3}{2}}\right]_0^1 =$$
$$= \frac{\pi}{27}\left(10^{\frac{3}{2}} - 1\right) \approx 3{,}563$$