

2. vizsga

1. Mikor invertálható egy függvény? (3 pont)
2. Definiáljuk azt a fogalmat, melyre a $\lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = +\infty$ jelölést használjuk. (3 pont)
3. Mit mond ki a Bolzano-tétel? (3 pont)
4. Egészítsük ki a következő definíciót. (3 pont)
Egy $f: D_f \rightarrow \mathbb{R}$ függvény ($D_f \subseteq \mathbb{R}$) _____, ha $x_1 < x_2$ ($x_1, x_2 \in D_f$) esetén $f(x_1) > f(x_2)$.
5. Az $f: D_f \rightarrow \mathbb{R}$ függvénynek ($D_f \subseteq \mathbb{R}$) az $x_0 \in D_f$ pontban lokális maximuma van, (3 pont)
 - (a) ha minden $x \in D_f$ esetén $f(x) \leq f(x_0)$.
 - (b) ha minden $x \in D_f$ esetén $f(x) \geq f(x_0)$.
 - (c) ha van olyan $\delta > 0$, hogy $|x - x_0| < \delta$ esetén $f(x) \leq f(x_0)$.
 - (d) ha van olyan $\delta > 0$, hogy $|x - x_0| < \delta$ esetén $f(x) \geq f(x_0)$.
6. Keressük meg a szakadási helyeket és azok fajtáit. (7 pont)

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 - 4}, & \text{ha } x \in \mathbb{R} \setminus \{\pm 2\} \\ 3, & \text{ha } x = \pm 2 \end{cases}$$

7. Ha a fenyővásárba x darab fát viszünk, akkor abból x százalékot nem tudunk eladni. Legfeljebb hány fát tudunk eladni? (7 pont)
8. Végezzük el az $f(x) = \frac{5 + x^2}{x}$ függvény teljes függvényvizsgálatát (értelmezési tartomány, zérushely, paritás, periodicitás, határértékek, aszimptoták, monotonitás, lokális szélsőértékek, konvexitás, ábrázolás, értékkészlet). (12 pont)
9. (6 pont)

$$\int \frac{(x + \sqrt{x})^2}{x} dx = ?$$

10. (6 pont)

$$\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\sqrt[3]{\operatorname{tg} x}}{(\cos x)^2} dx = ?$$

11. Határozzuk meg az $y = 7 - x^2$ parabola és az $y = 5 - x$ egyenes által közrezárt (korlátos) síkidom területét. (7 pont)