2. vizsga végeredményei

4. globális/abszolút minimuma

5. (c)

6.
$$\frac{3x}{2+3x^2} = \frac{3x}{2}\cdot\frac{1}{1+\frac{3x^2}{2}} = \frac{3x}{2}\cdot\frac{1}{1-\left(-\frac{3x^2}{2}\right)} \approx \frac{3x}{2}\sum_{k=0}^{n}\left(-\frac{3x^2}{2}\right)^k =$$
$$= \sum_{k=0}^{n}\frac{(-1)^k 3^{k+1}}{2^{k+1}}x^{2k+1} = \frac{3}{2}x - \frac{9}{4}x^3 + \frac{27}{8}x^5 - \cdots + \frac{(-1)^n 3^{n+1}}{2^{n+1}}x^{2n+1}$$

Így az ötödfokú Taylor-polinom: $\frac{3}{2}x - \frac{9}{4}x^3 + \frac{27}{8}x^5$.

7. A függvény: $f(x) = 25x - 5x^2$, melynek deriváltja:
$f'(x) = 25 - 10x$, mely $x = 2{,}5$-ben tűnik el.
Ez lokális maximum, hiszen a második derivált: $f''(x) = -10$ negatív.
A függvénynek $0 \le x < +\infty$ esetén van értelme, a széleken a függvény:
$f(0) = 0$ és $\lim\limits_{x\to\infty} f(x) = -\infty$, tehát a lokális maximum globális is.

8. ÉT: $(0, +\infty)$, zérushely: $x = 1$, paritás, periódus nincsen.
$\lim\limits_{x\to\infty} f(x) = +\infty$, ferde aszimptota nincs.
$\lim\limits_{x\to 0+} f(x) = 0$.
$f'(x) = \ln x + x\frac{1}{x} = \ln x + 1$,
nullhelye: $x = e^{-1} = 1/e$.
$f''(x) = \frac{1}{x}$
ÉK: $(-1/e, +\infty)$.

	$(0, 1/e)$	$1/e$	$(1/e, +\infty)$
f'	$-$	0	$+$
f	csökken	lok. min.	nő
f''		$+$	
f		konvex	

9.
$$\int x^2\cos(3x)\,\mathrm{d}x = x^2\frac{\sin(3x)}{3} - \int 2x\frac{\sin(3x)}{3}\,\mathrm{d}x = \frac{x^2\sin(3x)}{3} -$$
$$-\frac{2}{3}\left(x\left(-\frac{\cos(3x)}{3}\right) - \int -\frac{\cos(3x)}{3}\,\mathrm{d}x\right) = \frac{x^2\sin(3x)}{3} + \frac{2x\cos(3x)}{9} - \frac{2\sin(3x)}{27} + C$$

10. Lineáris helyettesítéssel:
$$\int_0^4 \frac{1}{\sqrt{9-2x}}\,\mathrm{d}x = \int_0^4 (9-2x)^{-\frac{1}{2}}\,\mathrm{d}x = \left[\frac{1}{-2}2(9-2x)^{\frac{1}{2}}\right]_0^4 = \left[-\sqrt{9-2x}\right]_0^4 = (-1)-(-3) = 2$$

11. A metszéspontok: $(x+2)^2 = 10 - x^2$ egyenletből $x_1 = -3$ és $x_2 = 1$. A terület:
$$\int_{-3}^{1} 10 - x^2 - (x^2+4x+4)\,\mathrm{d}x = \int_{-3}^{1} -2x^2 - 4x + 6\,\mathrm{d}x = \left[-\frac{2}{3}x^3 - 2x^2 + 6x\right]_{-3}^{1} = \frac{10}{3} - (-18) = \frac{64}{3}$$