

### 3. vizsga

1. Mit nevezünk inflexiós pontnak? (3 pont)
2. Definiáljuk azt a fogalmat, melyre a  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = A$  jelölést használjuk. (3 pont)
3. Mondjuk ki a Weierstrass-tételt. (3 pont)
4. Egészítsük ki a következő definíciót! (3 pont)  
Az  $f: D_f \rightarrow \mathbb{R}$  függvénynek ( $D_f \subseteq \mathbb{R}$ ) az  $x_0 \in D_f$  pontban \_\_\_\_\_ van, ha van olyan  $\delta > 0$ , hogy  $|x - x_0| < \delta$  esetén  $f(x) \geq f(x_0)$ .
5. Melyik a helyes tétel?
  - (a) Ha az  $f: D_f \rightarrow \mathbb{R}$  kétszer differenciálható függvénynek ( $D_f \subseteq \mathbb{R}$ )  $x_0$ -ban lokális maximuma van, akkor  $f'(x_0) = 0$  és  $f''(x_0) < 0$ .
  - (b) Ha az  $f: D_f \rightarrow \mathbb{R}$  kétszer differenciálható függvényre ( $D_f \subseteq \mathbb{R}$ )  $f'(x_0) = 0$  és  $f''(x_0) > 0$ , akkor a függvénynek  $x_0$ -ban lokális maximuma van.
  - (c) Ha az  $f: D_f \rightarrow \mathbb{R}$  kétszer differenciálható függvényre ( $D_f \subseteq \mathbb{R}$ )  $f'(x_0) = 0$  és  $f''(x_0) < 0$ , akkor a függvénynek  $x_0$ -ban lokális maximuma van.
  - (d) Ha az  $f: D_f \rightarrow \mathbb{R}$  kétszer differenciálható függvényre ( $D_f \subseteq \mathbb{R}$ )  $f'(x_0) = 0$  és  $f''(x_0) \leq 0$ , akkor a függvénynek  $x_0$ -ban lokális maximuma van.
6. Keressük meg a szakadási helyeket és azok fajtáit. (6 pont)

$$f(x) = \begin{cases} e^{-\frac{1}{(x-3)^2}}, & \text{ha } x \neq 3 \\ 1, & \text{ha } x = 3 \end{cases}$$

7. Gabi szeretne lefogni, így újévi fogadalmat tesz. Ha havi  $x$  kiló fogyást fogad meg, akkor azt az év utolsó  $x^2$  hónapjában már nem tartja (egyáltalán nem fogy), csak az előtte levő hónapokban. Mennyit fogadjon meg, hogy a lehető legtöbbet fogyjon? (7 pont)
8. Végezzük el az  $f(x) = \frac{5 + x^2}{2x}$  függvény teljes függvényvizsgálatát (értelmezési tartomány, zérushely, paritás, periodicitás, határértékek, aszimptoták, monotonitás, lokális szélsőértékek, konvexitás, ábrázolás, értékkészlet). (12 pont)
9. Melyik az az  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  függvény, melyre  $f'(x) = \arctg x$  és  $f(0) = 3$ ? (6 pont)
10. (7 pont)
$$\int_0^{\pi^2} \cos(\sqrt{x}) dx = ?$$
11. Számítsuk ki az  $f(x) = 2x^{3/2}$  függvény ( $x \in [0, 7]$ ) grafikonjának az ívhosszát. (7 pont)