

### 3. vizsga

1. Mikor mondjuk, hogy egy polinom gyökének multiplicitása  $n$ ? (3 pont)
2. Definiáljuk azt a fogalmat, melyre a  $\lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = +\infty$  jelölést használjuk! (3 pont)
3. Mondjuk ki a Newton–Leibniz-szabályt! (3 pont)
4. Egészítsük ki a következő definíciót! (3 pont)  
Egy  $f: D_f \rightarrow \mathbb{R}$  függvény ( $D_f \subseteq \mathbb{R}$ ) \_\_\_\_\_, ha  $x_1 < x_2$  ( $x_1, x_2 \in D_f$ ) esetén  $f(x_1) < f(x_2)$ .

5. Melyik a helyes tétel? (3 pont)

- (a) Ha az  $f: D_f \rightarrow \mathbb{R}$  kétszer differenciálható függvényre ( $D_f \subseteq \mathbb{R}$ )  $f'(x_0) = 0$  és  $f''(x_0) \geq 0$ , akkor a függvénynek  $x_0$ -ban lokális minimuma van.
- (b) Ha az  $f: D_f \rightarrow \mathbb{R}$  kétszer differenciálható függvényre ( $D_f \subseteq \mathbb{R}$ )  $f'(x_0) = 0$  és  $f''(x_0) > 0$ , akkor a függvénynek  $x_0$ -ban lokális minimuma van.
- (c) Ha az  $f: D_f \rightarrow \mathbb{R}$  kétszer differenciálható függvényre ( $D_f \subseteq \mathbb{R}$ )  $f'(x_0) = 0$  és  $f''(x_0) < 0$ , akkor a függvénynek  $x_0$ -ban lokális minimuma van.
- (d) Ha az  $f: D_f \rightarrow \mathbb{R}$  kétszer differenciálható függvénynek ( $D_f \subseteq \mathbb{R}$ )  $x_0$ -ban lokális minimuma van, akkor  $f'(x_0) = 0$  és  $f''(x_0) > 0$ .

6. Invertálható-e az  $f(x) = \frac{3x+1}{2-x}$  függvény? Ha igen, akkor adjuk meg az inverzét. (7 pont)

7. Peti ha  $x$  órát készül a holnapi vizsgájára, akkor  $8\sqrt{x} + 18$  pontnyi feladatot tud megoldani a vizsgán, ám a kimerültség miatt figyelmetlenségből annyi pontot veszít, ahány órát készült. Mennyit készüljön, hogy a lehető legtöbb pontot érje el a vizsgán? (7 pont)

8. Végezzük el az  $f(x) = x^2 e^x$  függvény teljes függvényvizsgálatát (értelmezési tartomány, zérushely, paritás, periodicitás, határértékek, aszimptoták, monotonitás, lokális szélsőértékek, konvexitás, ábrázolás, értékkészlet). (12 pont)

9. Melyik az az  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  függvény, melyre  $f'(x) = x \cos(2x) + 3$  és  $f(0) = 1$ ? (6 pont)

10. (7 pont)

$$\int \frac{3x+2}{x^2+3} dx = ?$$

11. Határozzuk meg az  $f(x) = (2x)^{3/2}$  függvény grafikonjának ívhosszát a  $[0, 3]$  intervallum felett. (6 pont)