

### 3. vizsga

1. Mit mond ki a kis Bézout-tétel? (3 pont)
2. Definiáljuk azt a fogalmat, melyre a  $\lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = A$  jelölést használjuk. (3 pont)
3. Lagrange-féle középértéktétel. (3 pont)
4. Egészítsük ki a következő definíciót. (3 pont)  
Egy  $f: D_f \rightarrow \mathbb{R}$  függvény ( $D_f \subseteq \mathbb{R}$ ) \_\_\_\_\_, ha  $x \in D_f$  esetén  $-x \in D_f$  és  $f(-x) = f(x)$ .
5. Az  $f: D_f \rightarrow \mathbb{R}$  függvénynek ( $D_f \subseteq \mathbb{R}$ ) az  $x_0 \in D_f$  szakadási helye ugráshely, ha létezik az  $x_0$ -beli jobb és bal oldali határérték, és (3 pont)
  - (a) ezek végesek, és egyenlőek.
  - (b) ezek végesek, de nem egyenlőek.
  - (c) legalább egyike végtelen.
  - (d) ezek egyike sem végtelen.
6. Írjuk fel az  $f(x) = \sin(2x^2)$  függvény  $x_0 = 0$  körüli kilencedfokú Taylor-polinomját. (7 pont)
7. Peti könyvolvasás nélkül nem tud elaludni. Ha lefekvés előtt  $x$  percig olvas könyvet, akkor utána  $100/x$  perc múlva alszik el. Mennyit olvasson, hogy a lehető leghamarabb aludjon? (7 pont)
8. Végezzük el az  $f(x) = x^2 - \ln x$  függvény teljes függvényvizsgálatát (értelmezési tartomány, zérushely, paritás, periodicitás, határértékek, aszimptoták, monotonitás, lokális szélsőértékek, konvexitás, ábrázolás, értékkészlet). (12 pont)
9. Melyik az az  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  függvény, melyre  $f''(x) = \cos(3x)$ , továbbá  $f(0) = 1$  és  $f'(0) = 3$ ? (6 pont)
10. (6 pont)
$$\int_0^5 \sqrt{3x+1} dx = ?$$
11. Határozzuk meg az  $f(x) = (x-3)^2$  és a  $g(x) = 5 - x^2$  függvények grafikonjai által közrezárt (korlátos) síkidom területét. (7 pont)