

3. vizsga

1. Korlátos függvény definíciója. (3 pont)
2. Definiáljuk azt a fogalmat, amelyre a $\lim_{x \rightarrow x_0+} f(x) = +\infty$ jelölést használjuk. (3 pont)
3. Lagrange-féle középértéktétel. (3 pont)
4. Egészítsük ki a következő definíciót. (3 pont)
Az $f: D_f \rightarrow \mathbb{R}$ függvénynek ($D_f \subseteq \mathbb{R}$) az $x \in D_f$ pont _____, ha a függvény x -ben nem folytonos.
5. Melyik a helyes befejezés? (3 pont)
Az $f: D_f \rightarrow \mathbb{R}$ differenciálható függvény ($D_f \subseteq \mathbb{R}$) az $I \subseteq D_f$ intervallumon konvex, ha minden $x, x_0 \in I$ esetén
 - (a) $f(x) \leq f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0)$.
 - (b) $f(x_0) \leq f(x) + f'(x_0)(x - x_0)$.
 - (c) $f(x) \geq f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0)$.
 - (d) $f(x_0) \geq f(x) + f'(x_0)(x - x_0)$.
6. Írjuk fel az $f(x) = xe^{-3x^2}$ függvény negyedfokú Taylor-polinomját. (6 pont)
7. Szánkókat árusítunk, melyek előállítási költsége 5 peták. Ha x petákért árusítjuk, akkor $\frac{1000}{x^2}$ darabot tudunk eladni. Mennyiért adjuk a szánkókat, hogy a lehető legnagyobb legyen a hasznunk? (7 pont)
8. Végezzük el az $f(x) = (x-3)^2x^2$ függvény teljes függvényvizsgálatát (értelmezési tartomány, zérushely, paritás, periodicitás, határértékek, aszimptoták, monotonitás, lokális szélsőértékek, konvexitás, ábrázolás, értékkészlet). (12 pont)
9. Melyik az az $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ függvény, melyre $f''(x) = \cos(5x) + 3$, továbbá $f(0) = 1$ és $f'(0) = 2$? (7 pont)
10. (6 pont)
$$\int \frac{5}{5x^2 + 3} dx = ?$$
11. Az $f(x) = \sqrt[4]{3x^3}$ függvény ($x \in [0, 3]$) grafikonját az x tengely körül megforgatuk. Mennyi a keletkező forgástest térfogata? (7 pont)