

4. vizsga

1. Mikor nevezünk egy függvényt monoton növőnek? (3 pont)
2. Definiáljuk azt a fogalmat, melyre a $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = -\infty$ jelölést használjuk. (3 pont)
3. Mondjuk ki a Lagrange-féle középértéktételt! (3 pont)
4. Egészítsük ki a következő definíciót! (3 pont)
Az $f: D_f \rightarrow \mathbb{R}$ függvénynek ($D_f \subseteq \mathbb{R}$) az $x_0 \in D_f$ pontban _____ van, ha van olyan $\delta > 0$, hogy $|x - x_0| < \delta$ esetén $f(x) \geq f(x_0)$.
5. Melyik a helyes befejezés? (3 pont)
Ha az $f: D_f \rightarrow \mathbb{R}$ függvény ($D_f \subseteq \mathbb{R}$) szigorúan monoton nő és folytonos $a \in D_f$ egy környezetében, továbbá a -ban differenciálható, $f'(a) \neq 0$ és $f(a) = b$, akkor
 - (a) az f^{-1} inverz függvény differenciálható a -ban, és $f^{-1'}(a) = \frac{1}{f'(b)}$.
 - (b) az f^{-1} inverz függvény differenciálható a -ban, és $f^{-1'}(b) = \frac{1}{f'(a)}$.
 - (c) az f^{-1} inverz függvény differenciálható b -ben, és $f^{-1'}(a) = \frac{1}{f'(b)}$.
 - (d) az f^{-1} inverz függvény differenciálható b -ben, és $f^{-1'}(b) = \frac{1}{f'(a)}$.
6. Írjunk fel olyan egyenlőtlenség-rendszert, amelynek a megoldáshalmaza az $A(0, 0)$, $B(4, 0)$ és $C(3, 1)$ csúcspontú háromszög belseje. (7 pont)
7. Kati a sok ünnepi sütizés után újévi fogadalmat tesz: az új évben minden nap sportolni fog. Ha napi x perc sportolást fogad meg, akkor február $(17 - x^2)$ -edik napján sportol utoljára, utána feladja a fogadalmát. Mennyi sportolást fogadjon meg, hogy a lehető legtöbbet sportoljon összesen? (Január 31 napos.) (7 pont)
8. Végezzük el az $f(x) = \arctg x - 2x$ függvény teljes függvényvizsgálatát (értelmezési tartomány, zérushely, paritás, periodicitás, határértékek, aszimptoták, monotonitás, lokális szélsőértékek, konvexitás, ábrázolás, értékkészlet). (12 pont)
9. Melyik az az $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ függvény, amelyre $f'(x) = \sin(3x) - e^{2x}$ és $f(0) = 2$ teljesül? (6 pont)

10. (6 pont)

$$\int x^3 \ln x \, dx = ?$$

11. Számítsuk ki az $f(x) = 9 - 2x$, $x \in [1, 3]$ függvény grafikonjának az x -tengely körüli megforgatásával adódó forgásfelület palástjának felszínét. (7 pont)