

## 5. vizsga

1. Mikor nevezzük egy függvény egy pontját abszolút minimumnak? (3 pont)
2. Definiáljuk azt a fogalmat, melyre a  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = -\infty$  jelölést használjuk. (3 pont)
3. Mondjuk ki a Rolle-tételt! (3 pont)
4. Egészítsük ki a következő definíciót! (3 pont)  
Az  $f: D_f \rightarrow \mathbb{R}$  függvény ( $D_f \subseteq \mathbb{R}$ ) az  $I \subseteq D_f$  intervallumon \_\_\_\_\_, ha az  $I$  intervallumon a függvény grafikonja alatti tartomány konvex.

5. Melyik a helyes befejezés? (3 pont)

Ha az  $f: D_f \rightarrow \mathbb{R}$  függvény ( $D_f \subseteq \mathbb{R}$ ) szigorúan monoton nő és folytonos  $x_0 \in D_f$  egy környezetében, továbbá  $x_0$ -ban differenciálható és  $f'(x_0) \neq 0$ , akkor az  $f^{-1}$  inverz függvény differenciálható  $f(x_0)$ -ban, és

(a)  $f^{-1}'(x_0) = \frac{1}{f'(x_0)}$ .

(b)  $f^{-1}'(x_0) = \frac{1}{f'(f(x_0))}$ .

(c)  $f^{-1}'(f(x_0)) = \frac{1}{f'(x_0)}$ .

(d)  $f^{-1}'(f(x_0)) = \frac{1}{f'(f(x_0))}$ .

6. Invertálható-e az  $f(x) = \operatorname{tg}\left(x - \frac{\pi}{2}\right) - 7$  függvény a  $(0, \pi)$  intervallumon? Ha igen, adjuk meg az inverzét! (6 pont)
7. Peti felhossa a szenet a pincéből. Ha egyszerre  $x$  kilogrammot hoz, akkor egy forduló  $(8 + 2x)^2$  percig tart. Mennyinek válassza az  $x$ -et, hogy a lehető leghamarabb felhordja a 10 mázsa szénét? (7 pont)
8. Végezzük el az  $f(x) = (\ln(x))^2$  függvény teljes függvényvizsgálatát (értelmezési tartomány, zérushely, paritás, periodicitás, határértékek, aszimptoták, monotonitás, lokális szélsőértékek, konvexitás, ábrázolás, értékkészlet). (12 pont)

9. (6 pont)

$$\int \frac{x^4 - 2x^3 + x^2 - 4}{x - 3} dx = ?$$

10. (7 pont)

$$\int_1^2 x \ln(x) dx = ?$$

11. Az  $f(x) = \cos x$ ,  $x \in [0, \frac{\pi}{2}]$  függvény grafikonját az  $x$ -tengely körül megforgatjuk. Mennyi a keletkező forgástest térfogata? (7 pont)