

5. vizsga

1. Mikor invertálható egy függvény? (3 pont)
2. Definiáljuk azt a fogalmat, melyre a $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = A$ jelölést használjuk. (3 pont)
3. Rolle-tétel. (3 pont)
4. Egészítsük ki a következő definíciót. (3 pont)
Az $f: I \rightarrow \mathbb{R}$ függvény ($I \subseteq \mathbb{R}$ nyílt intervallum) _____ $F: I \rightarrow \mathbb{R}$, ha F differenciálható I -n, és $F'(x) = f(x)$ minden $x \in I$ esetén.
5. Egy egész együtthatós polinomnak csak olyan $\frac{p}{q}$ racionális gyöke van (ahol p és q relatív prím), melyre (3 pont)
 - (a) p osztja a főegyütthatót és q osztja a konstanstagot.
 - (b) p osztja a konstanstagot és q osztja a főegyütthatót.
 - (c) $q = \pm 1$ és p osztja a főegyütthatót.
 - (d) $q = \pm 1$ és p osztja a konstanstagot.
6. Keressük meg a szakadási helyeket és azok fajtáit. (6 pont)

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x-5}{\sqrt{x-1}-2}, & \text{ha } x \neq 5 \\ 4, & \text{ha } x = 5 \end{cases}$$

7. A kiskertünkben cukkinit nevelünk. Ha x palántát ültetünk, akkor azok tövenként $12 - \frac{x}{2}$ kg cukkinit teremnek. Hány palántát ültessünk a maximális termés-hozam érdekében? (7 pont)
8. Végezzük el az $f(x) = e^{4-x^2}$ függvény teljes függvényvizsgálatát (értelmezési tartomány, zérushely, paritás, periodicitás, határértékek, aszimptoták, monotonitás, lokális szélsőértékek, konvexitás, ábrázolás, értékkészlet). (12 pont)
9. (6 pont)

$$\int \frac{x^4 + 2x^3 + 3x^2 - x + 5}{x + 2} dx = ?$$

10. (7 pont)

$$\int x^2 \sin(3x) dx = ?$$

11. Határozzuk meg az $f(x) = x^3 + x^2 + x + 1$ és a $g(x) = x^3 + 3$ függvények grafikonjai által közrezárt (korlátos) síkidom területét. (7 pont)