

1. vizsga

1. Első típusú improprius integrál definíciója. (3 pont)

2. Mátrix sajátértékének definíciója. (3 pont)

3. Jacobi-mátrix definíciója. (3 pont)

4. Minoráns kritérium. (3 pont)

5. Melyik a helyes tétel? (3 pont)

Ha az (x_0, y_0) pont valamely környezetében az $f(x, y)$ függvény második parciális deriváltjai léteznek és folytonosak továbbá $f'_x(x_0, y_0) = f'_y(x_0, y_0) = 0$,

(a) akkor az $f(x, y)$ függvénynek lokális szélsőértéke van az (x_0, y_0) pontban.

(b) és $f''_{xx}(x_0, y_0)f''_{yy}(x_0, y_0) - (f''_{xy}(x_0, y_0))^2 > 0$, akkor az $f(x, y)$ függvénynek lokális szélsőértéke van az (x_0, y_0) pontban.

(c) és $f''_{xx}(x_0, y_0) \geq 0$, akkor az $f(x, y)$ függvénynek lokális minimuma van az (x_0, y_0) pontban.

(d) és $f''_{xx}(x_0, y_0) > 0$, akkor az $f(x, y)$ függvénynek lokális minimuma van az (x_0, y_0) pontban.

6. Bontsuk fel az $(1, -1, -2)$ vektort az $(1, 2, 3)$ vektorral párhuzamos, és arra merőleges összetevőkre. (6 pont)

7. Legfeljebb hány lineárisan független vektor választható ki az alábbiak közül? (7 pont)

$$\begin{bmatrix} 2 \\ 4 \\ 3 \\ 3 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 3 \\ 5 \\ 4 \\ 5 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix}$$

8. Határozzuk meg a $1 - \sqrt{3}i$ komplex szám kilencedik hatványát, az eredményt algebrai alakban adjuk meg. (7 pont)

9. Számítsuk ki az $f(x, y) = x^2 e^{xy}$ függvény $(2, 0)$ pontbeli $\mathbf{v} = (-1, 3)$ irányú deriváltját. (8 pont)

10. Határozzuk meg az $f(x, y) = 6x - 4y + 5$ függvény $x^2 + 2y^2 = 11$ feltétel melletti szélsőértégeit, és azok típusát. (9 pont)

11. Számoljuk ki a $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^{n+1} - 2^{2n-1}}{5^{n+3}}$ sor összegét. (8 pont)