

VEKTOR- ÉS TENZORSZÁMÍTÁS

ÍRTA:

Dr. SZENTMÁRTONY TIBOR

Eredeti kiadás: 1946 Budapest

Digitális kiadás: 2024 Budapest

**A digitális kiadás a szerzői jogok örökösének
beleegyezésével készült**

TARTALOMJEGYZÉK

I. Alapfogalmak és tételek

Az aritmetika és algebra elemei	3
Elsőfokú függvények	4
Derivált	5
Határozott és határozatlan integrál	6
Vektorok és rendezőik	7

II. Vektoraritmetika

Alapfogalmak és műveletek	8
Műveleti szabályok	10
Többszörös szorzatok	11
A vektoraritmetika egy-két közvetlen alkalmazása	12
Vektorok derékszögű felbontása	13
Elsőrendű alakzatok	15

III. Vektoralgebra

Vektorok általános felbontása	16
Elsőfokú egyenletrendszerek	16
Többszörös terek és vektorok	17
A determinánsok mint tartalomértékek	19

IV. Tenzoraritmetika

Affin átalakítások és tenzoraik	21
Tenzorok közti alapműveletek	22
Tenzor vektorrendezői	24
Tenzor skalárrendezői	25
Tenzor skalárjai	26
Csatolt tenzor	27
Váltó tenzor vektora a háromméretű térben	28
Tükrös tenzorok főtengeteltétele	29
A főtengeteltétel bizonyítása s a sajátértékek független jellemzése	31
Tükrös tenzorok osztályozása	32
Közönséges tükrös tenzor indikátrixa	33
Elfajuló tükrös tenzor indikátrixa	34
Reciprok indikátrix. Mértékalakzat	35
Másodrendű alakzatok	38
Forgatások és tükrözések	39

V. Általánosított differenciálás

Általánosított függvények és jelentésük	40
A derivált	42
Differenciálási szabályok	45
Tükrös tenzor ábrázolása	47
Irányított görbék	48

Irányított felületek görbületi viszonyai	50
Felület mint görbehálózat	52
Görbült felületek felszíne	54
Többváltozós függvények differenciálszámítása	56
Skalár-, vektor- és tenzorsűrűségek	58
Mechanikai alkalmazások	59

VI. Általánosított integrálás

Tartományintegrálok	64
A tartományintegrálok alaptulajdonságai	65
Görbült vonal- és felületintegrálok egyszerűsítése	66
Többes integrálok	68
Többszörös integrálok	71
Tartományintegrálok átalakítása. Helyettesítés	73
Integrálás irányított tartományon	73
Vonal- és felületmenti integrálok	75
Vonal- és felületmenti integrálok alkalmazásai	77
Tartományfüggvény szerinti integrálás	79
Tehetetlenségi tenzor	81

VII. Differenciálegyenletek

Quadratura	83
Általánosított quadratura s egyértékű megoldásai	84
A quadratura kérdésének további általánosításai	86
Tenzorok első skalárjai és kétszeres vektorai	87
A Hamilton-operátor aritmetikája	88
Az integrálszámítás alapképletének általánosításai	90
Stokes tételének igazolása	93
Az általánosított quadratura teljes megoldása	84
A kettős felületi eloszlás ciklikus potenciálja	87
Gauss tételének igazolása	100
Segédváltozós integrál differenciálása	102
Áramláselméleti alkalmazások	106
Szilárdságtani alkalmazások	109
Laplace operátora	113
Green képletei és tétele	115
A potenciálemélet feladata és alapfogalmai	118
A végtelen térbeli eloszlás potenciálja	120
Általános quadratura a végtelen térben	125
Az általános quadratura szakadásos megoldásai	127
Elektromágneses térelméleti alkalmazások	130

Irodalom	133
----------	-----

Név- és tárgymutató	134
---------------------	-----

NÉV- ÉS TÁRGYMUTATÓ.

Abszolút érték 9, 18, 24
 — összegeződő függvény 79
 — összetartás 121
 adjungált 1. csatolt
 affinitás 5, 22, 24, 39
 affinor 22
 alakváltozás és tenzora 61, 112
 alaptenzor 54, 67
 aldetermináns 14, 20
 algebrailag összegeződő függvény 74—5
 alkotó 11
 állás 9
 általános quadratura 87, 115, 125—30
 — ított differenciálás 42, 59, 66, 86,
 88—92, 102—5
 — — quadratura 84—6, 94—7
 alternáló 1. váltó
Ampère 100, 131
 áramkör 100
 áramlás 63, 77, 79, 105—9
 áramvonal 106
 aránytartó átalakítás 5, 22, 60
 átalakítás 4, 21, 41, 60, 73

Binormális 1. kettős merőleges
Biot-Savart 100, 132
Burali-Forti 12, 114, 133
Burgatti 133

Carathéodory 20
Cauchy ált. összetartási ismérve 121
 — feszültség-egyenletei 111
 — — ellipszise, ill. ellipszoidja 112
 — mozgásegyenletei 111
 — *Poinso*t ellipszoid 82
Chasles tétele 60
 Cikkszerű sík- és térrész tartalom-
 mértéke 77—9
 ciklikus potenciál 96—100
 — sági állandó 96
Clifford 62
 cosinus-tétel 12—3
Coulomb 130
 csatolt tenzor 27
 csavarodás 50

Darboux vektora 50, 61
 derivált 6, 42, 53, 86, 91—2
 — tenzor 42, 53, 87

Descartes-rendszer 8, 69
 determináns 12, 14, 19—20
 diád, -ikus szorzat 25
 dielektromos állandó, tényező, tenzor 131
 differenciál 5, 7, 56, 86
 — -ási szabályok 45—6, 89
 — -egyenletek 82—132
 — -hányados 5
 — -hatóság 5, 42, 53, 58, 66
Dirichlet problémája 119
 divergencia 62, 64, 86, 89, 90, 91, 101, 105
 duális tenzor 44, 67
Dupin indukátrixa 52

Egyenes 13, 15
 — -pár 32—3
 egyenlőség 9, 14, 17, 23, 26
 egyöntetű elsőfokúság 4, 21, 60, 65
 egyöntetlen elsőfokúság 4
 egyköpenyű hiperboloid 33
 egységvektorok 13, 18
 egységtenzor 23, 25
 egységkúság 11
 egyszeres felületi eloszlás 119
 — összefüggés 95
 elektromos eltolódás, sarkítás 131
 — térerősség 46, 85, 131
 elfajuló affinitás, tenzor 23, 27, 33
 — másodrendű alakzatok 38
 ellipszis, ellipszoid 32, 35, 52, 82, 112
 elliptikus henger 33
 — paraboloid 37
 — pont 52
 elmozdulás 13, 41, 61, 112—3, 115
 első peremértékfeladat 119
 — skalár 27, 52, 62, 86, 88, 112
 — -fokú egyenletrendszer 17, 18, 26
 — — függvény 4, 21
 — -rendű alaplennyiségek 54
 — — alakzatok 15
 entrópia 95
 érintősík 44, 51, 53; -vektor 43, 49
Euler 106; képlete 52
 — mozgásegyenlete 108

Felcserélési tétel 132
 felhatározott másodfokú alak 33
 felszín 54, 67

- felület 13, 15, 32, 41, 50—5
 — integrál 65
 — menti integrál 76
 — *i* merőleges 44, 50, 54
 — *i* pontok osztályozása 52
 ferde metszet 51
 feszültségtenzor 59, 106, 110—2
 folyadékvonalon 108
 folytonossági egyenlet 106—7, 109
 forgás; -tenzor 60, 69
 forgatások 38, 63
 forgató nyomaték 13, 29
 főgörbületek 52
 — -feszültségek 112
 — -hosszváltozások 112
 — -merőleges 49
 — -rész 5, 44, 56, 61
 — -tehetetlenségi nyomatékok 82
 — -tengelyek l. sajátvektorok
 — -tétel 29—31, 52, 61, 82, 112
Fredholm 120
Frenet-képletek 50, 61

Gans 91
Gauss 52, 85, 90
 — -feltétel 120
 — -görbület 52
 — -tételkör 90—2, 100—1
Gibbs 25, 86, 133
 gömbrendszer 69, 71
 görbe 40, 48—50
 — -vonalú skála 40
 görbület 49—50
 gradiens 44, 89, 91
Grassmann 8, 22, 133
Green 85; képletei és tétele 116
 gyorsulásvektor, felbontása 59

Hálózatok 53, 69—71
Hamilton 4, 8
 — operátora 62—3, 86—7, 89
 harmadik peremértékfeladat 119
 — skalár 27, 45, 62, 73
 hármasintegrál 69
 háromszoros integrál 73
 háromszögelés 54
 háromszögelhető felület 55
 határozott integrál 6, 64—79
 — másodfokú alak 32
 határozatlan integrál 7
 — másodfokú alak 32
Heaviside 131—2
Helmholtz 99; örvénytételei 108—9
 helyettesítési eljárás 7, 73, 80
 helyvektor 8
 hengerek 33, 37
 hengerrendszer 70
Hertz képlete 103
Hilbert 18, 29, 120
 hiperbola 32
 hiperbolikus henger 33
 — paraboloid 37
 — pont 52
 hiperboloidok 32

 homogén l. egyöntetű
Hooke-törvény 112
Hölder-feltétel 120
 hurokintegrál 84, 96

 Időálló áramlás 64, 106
Ignatowsky 102, 133
 indukátrix 32—5, 47, 52, 62, 82, 112
 inhomogén l. egyöntetlen, -ül
 integrál 6, 64—79, 102
 — átalakítása 7, 69—71, 73, 80
 — -egyenlet 119—120
 — -számítás alakképlete 7, 83, 90—3
 — — alaptétele 6—7, 78, 83
 integro-differenciálegyenlet 119
 irány 9; -cosinus 15
 — -ított felület 50—4, 74—5
 — — görbe 48—50, 74
 — — tartomány 74—5
 ívhosszúság 48, 54

Jellemző egyenlet 31
 jobbrendszer 10
Jung 22, 102

Keringés 77, 108
 kettős egyenes 33
 — felületi eloszlás 99, 119
 — integrál 69, 71
 — merőleges 49
 — sík 33
 képzetes egyenespár 32
 — ellipszis, ellipszoid 32
 — kúp 32
 kétszeres integrál 72
 kétköpenyű hiperboloid 33
 kiegyenesíthető görbe 48
 kifejtési tétel 12
 kis alakváltozás 61—3, 112
 kísérő háromlél 49, 61
 kivonás 9, 14, 17, 23, 26
 komplanáris l. egysíkú
 koordináta l. rendező
 korlátos változású függvény 48, 80
 köbös mátrix 40
 kölcsönösségi tétel 111
 körrendszer 69
 közelhatás 131—2
 középértéktétel 56, 66
 — -görbület 52
 — -pont 32, 36
 — -ponti erőhatás 78
 közönséges affinitás, tenzor 23, 32
 — másodrendű alakzatok 38
 közvetett függvény 5, 45
 — és közvetlen módszer 8, 133
 kúp 32

Lagally 133
Lagrange 6, 85, 106, 119; tétele 108
Lamé-állandók 113; -ellipszoid 112
Laplace 100, 132
 — -egyenlet 109, 118
 — -operátor 112

lánccsabay 6, 45—6, 56
látószög 97
Lebesgue 55
Leibniz 5, 102
lendület 81
Lorentz 63, 86
Lotze 133
löket 59, 83, 107; -tétel 83

Mac Cullagh-ellipszoid 82
magasabbrendű tenzorok 39—40
Marcolongo 12, 114, 133
Maxwell 44, 131—2
— azonosságai 90, 101, 114
— mágneses áthatolódás 132
— gerjesztés 132
— maradás 132
— potenciál 46, 85, 100
— sarkítás 132
— térerősség 46, 85, 132
másodfokú alak 30
második peremértékfeladat 119
— skalár 27, 52, 54, 67
másodrendű alakzatok 32—8
— tenzor 25
mátrix 25—6, 40
merev test mozgása 60
merőleges metszet 51
— -ség 10, 15, 18
Meusnier tétele 51
mérhető tartomány 64
mértékalakzat 35, 47, 62, 112
— tartó átalakítás 38
— tenzor 54
mozgásegyenlet 107, 110—1
Möbius-szalag 74—5
munka 13, 77, 85

Nabla 62, 86
Neumann, C. 120; problémája 119
Newton 6; alaptörvényei 59
— -potenciálok 119
— tömegvonzási törvénye 46
négyzetes alak 30
— mátrix 25
nyílt tartomány 58
nyomatékvektor, -tenzor 13, 29, 60

Operátor 22, 62, 86, 113
örvényeső, -felület 108
— mentes áramlás 108—9
— vonal 100, 108
összeadás 9, 14, 17, 23, 26, 74—6
— függésszám 95
— geződő függvény 66, 74—6, 79
összegtartó átalakítás 5, 22, 60
összenyomhatatlan folyadék 106, 108
— tett függvény differenciálása 45, 56
— tevő 11, 14, 25

Parabola 36
— -bolikus pont 52
— -boloidok 37
parciális differenciálegyenlet 85, 87

pályagörbe 166
— sebesség, gyorsulás 59
párhuzamosság 10, 15, 18
perdület 59—60, 81, 107; -ellipszoid 82
— tenzor 60
peremértékfeladatok 119
periodicitási modulus 96
Poincaré 120
Poisson 82
Poisson-egyenlet 109, 115, 118
polarizáció 1. sarkítás
pontmozgás 40, 59
potenciál 46, 85, 100, 109, 120—1
— -áramlás 108—9
— -elmélet 87, 118—130
— -függvény 46

Quadratikus 1. másodfokú, négyzetes
quadratura 83
— általános 87, 115, 125—30
— általánosított 84—6, 94—7

Radon-integrál 80
reciprocitási 1. kölcsönösségi tétel
reciprok indukció 35, 47, 82, 112
— mértékalakzat 35, 48, 112
— rendszerek 16
— tenzor 23
reguláris potenciál 109
rektifikálható 1. kiegyenesíthető
rendező 8, 14, 17, 24—5
— -módszer 8, 14
rotáció 63—4, 86—7, 89

Sajátérték 36, 62, 82, 112; -feladat 30
— -vektor 29, 62, 82, 112
sarkrendszer 69
Schmidt, E. 121
Schouten 133
Schwarz, H. A. 55
sebességi potenciál 100, 109
sebességvektor 59, 106
segédváltozós integrál 97, 102
sík egyenlete 13, 15, 52
— -pár 33
síma görbedarab 49, felület 55
sinus-tétel 12—3
skalár 4

— -derivált 86—7, 89—90, 105
— -eloszlás, -mező, -tér 41, 56—8, 84, 97
— -jai egy tenzornak 26—7
— -potenciál 85, 120
— -rendezők 25, 40
— -szorzat 10, 14, 18
— -tenzor függvény 42
— -vektor függvény 21, 41, 56—8, 84
spektrum 1. szinkép
Spicirein 133
stacionárius 1. időálló
Stokes-tételkör 92—4
sűrűség 6, 58—9, 66
szakadós megoldások 127—30
szakaszonként síma görbe 48
számmal-szorzás 9, 14, 17, 23, 26
szélsőérték-feladatok 30, 57—8

szilárdságtan elemei 109—13
— alapegyenlete 113, 115
szimmetrikus l. tükrös
színekép, -rebotás 30
szintalakzat, -felület, -görbe 41
szóródás 62, 64, 105, 131—2
szögsebesség, -gyorsulás 115—6

Tartalomérték 19—20, 48, 54—5, 67,
77—9

tartomány 58

— -függvény 58, 65, 66

— — szerinti integrálás 80

— -integrál 65—73

— -menti integrál 74—80

távolhatás 131—2

távolság 15

tehetetlenségi ellipszoid 82

— nyomaték 82

— tenzor 81

teljes differenciál(hatóság) 56, 85—6

— görbület 50

tengelyes rendszer 70

tenzor 22, 29, 42, 53, 60—1, 81, 106,

110—1, 131—2

— abszolút értéke 24, 35

— -aritmetika 23, 26

— csatoltja 27

— felbontása 25, 30

— hatványai 23, 34

— mátrixa 25, 40

— reciprokjai 23

— rendezők 40

— rendszáma 25, 39—40

— skalárjai 27, 88

— skalárrendezői 25, 40

— -sűrűség 59

— -szorzata vektoroknak 25

— tükrössége 28

— váltó volta 28—9

— vektora 29, 63, 88

— vektorderiváltja 91—2

— -vektor függvény 22, 91—2

— vektorrendezői 24, 40

területi sebesség 78

területtorzulás 27, 44

térbeli eloszlás potenciálja 65, 119—24

térerősség 46, 85, 131—2

térfogattorzulás 27, 44, 73

térintegrál 65, 69—70

térítőnyomaték 82

Thomson, W. 96

— képlete 103, — tétele 108

tiszta négyzetes alak 30

torzió l. csavarodás

torzítási együtthatók 45

torzítási mérték 5, 44

többses integrál 68—71

többszörös integrál 71—3

— -en összefüggő tartomány 95

többsváltozós függvény 41, 56—8, 68—73

tökéletes folyadék 106

tömegközéppont 65

— szóródás, — gyülemlés 64, 105

törzsfüggvény 6, 66, 83—6, 94—5

trianguláció l. háromszögelés

tükrös tenzor 28

tükrözések 38

Utolsó skalár 27

Váltó tenzor és vektora 28—9, 60

vegyes szorzat 11, 14

végtelen integrál 117

— kis alakváltozás 63—4

vektor 7, 8, 17

— -a tenzornak 28, 63

— abszolút értéke 9, 14, 18

— -algebra 16—8

— -analízis 41—130

— -aritmetika 8—12, 14, 17—8

— állása 9

vektor-derivált tenzornál 91—2

— — vektornál 86, 87, 89, 92

— -eloszlás 41, 62—4

— felbontása 13—4, 16

— iránya 9

— -potenciál 121

— -rendező 24, 40

— -rendezői 14, 16

— skalárderiváltja 86

— -skalár függvény 21, 40, 48

— -szorzat 10, 14

— -tenzor függvény 42

— vektorderiváltja 86

— -vektor függvény 21

viszonylagos tartalomváltozás 44—5, 62

vonálintegrál 65

vonalminti integrál 76—7

vonatkozási pont 116

Weber 44, 91

Wilson 133

Young tétele 57

Zárt tartomány 58

zérus 3

— *tenzor 23, 25

— vektor 9