

A tizedes törteknek föltalálója.

A matematikai kézikönyvekben rendszeren történeti jegyzetekkel találkozunk, melyek részint arról értesítenek, kik fedezték föl az illető matematikai igazságokat, részint pedig a tudomány haladásának főbb mozzanatait általános vonásokban vázolják. Az én meggyőződésem ugyan az, hogy azok az apró, szétszórt történeti jegyzetek nem valók a tankönyvbe; a dolog természetében rejlik, hogy azok rövidségüknél fogva nem tájékoztatnak kellőképpen és a megérthetőség végett a tanítónak magyarázata amúgy is elkerülhetetlen. Így, hogy példát idézzek, dr. Lutter Nándor mértan c. könyvének II. részében a 113. lapon szóról-szóra ez olvasható: „*A számtannak alkalmazása a mértanra teszi azon szép tudomány alapját, melynek megalapítását Viète (1540—1603) kezdé, melyet Descartes (1596—1650) tökéletesíte, és mely ma ezen elnevezés alatt: A betűszámtan alkalmazása a mértanra, általánosan ismeretes.*“ Ex uno disce omnes! Az ily megjegyzés, nézetem szerint, nem hajt sok hasznót, mert a tanító bővebben illusztrálja az illető tudományos férfiak érdemeit, melyeket a tudomány előmozdítása körött maguknak szereztek. De akármiként vélekednek szaktársaim ez ügy tekintetében, annyi bizonyos, hogy a matematika tanítója nem szokta elmulasztani a kínálkozó alkalmat, hogy növendékeinek figyelmét ama férfiak felé fordítsa, kiknek a tudomány haladását köszöni. A matematikus ezt könyvebben teszi nálunk, mint más tudományos szak művelője, mert a matematikai tudományok története magyar nyelven is megvan (dr. Suter Henrik műve Lederer Sándor fordításában), melyből kényelmesen böngészgethet annyit, a mennyire az oktatás alkalmával szüksége van. Csak egyetlen egy pontban nem talál kellő útmutatást, t. i. arra nézve, ki használta először a tizedes törteket?

Mióta dr. Wöpcke bámulatos kitartással és széles tudománnyal kimutatta az utat, melyen a tizedes számrendszer mai alakja az arabok közvetítése által a régi szanszkrita néptől Európa művelt népeihez eljutott, iskolakönyveink szélteben mondogatják, hogy az a mód, melylyel jelenleg a számokat írjuk, Indiából eredt; de nem tesznek különbséget, vajjon a tizedes egészeknek írása egyedül, vagy a tizedes törteké is Indiából származott-e át hozzánk? Dr. Wöpcke értekezését (*Mémoire sur la propagation de chiffres indiens*) hirnevéből és az „Ausland“ c. folyóirat egy kivonatából ismertem már tizenhárom évvel ezelőtt; mintegy

nyolc éve annak, pedig hogy magát az eredeti értekezés a „*Journal Asiatiqueban*“ (VI. série, tome I.), melyre az erdélyi múzeum-egylet könyvtárában akadtam, elolvastam és tartalmát vizsgáltam, de azt kelle tapasztalnom, hogy dr. Wöpccke sehol sem említi a tizedes törteket, hanem kivétel nélkül mindenkor csak a tizedes egészek írásmódjáról szól. Nem csoda tehát, ha az oly művek, melyek a matematikai tudományok fejlődésének történetét fejtegetik, nem szólanak oly tárgyról, mint a milyen a tizedes törtek első alkalmazásának ideje; amúgy is rendesen csak az lévén céljuk, hogy az abstract tudomány haladását, tehát az algebrai módszerek keletkezését és tökéletesbülését tárgyalják. Mivel tehát az ismeretesebb könyvekben, melyek a matematikai tudományok történetét tárgyalják, az iránt nem találtam kellő tájékozást, ki használta legelőbb a tizedes törteket, és mikor kezdtek azok a számvetésben szerepelni, azt a meggyőződést szereztem, hogy csakis monographiákban talállok majd feleletet e kérdésekre, és e meggyőződésemben nem is csalatkoztam.

Különösen két monographiára akadtam, melyek mindegyike a tizenhatodik századbeli számvetéssel foglalkodik. Az első: A. Kuckuk: *Die Rechenkunst im sechzehnten Jahrhundert. Seperat-abdruck aus der Festschrift zur dritten Säcularfeier des Berlinischen Gymnasiums zum grauen Kloster*. Berlin, 1874; a másik: P. Treutlein: *Das Rechnen im sechzehnten Jahrhundert*. Lipcse, 1877. Mindkét irat tehát azon korszakbeli számvetéssel foglalkodik, melyben az arabs-indiai számjegyek használata véglegesen diadalmaskodott a rómaiak fölött, és melyben a számvetésnek mai módja általánosan érvényre emelkedni kezdett. [V. ö. A. d. a. m. Riese, „*Rechenung auf den Linien und Federn*.“ 1522. — Gemma Frisius, *Arithmeticae practicae methodus facilis*, 1540 s. számtalan hasonló]. Mindkettőben elég adatot találhatni az iránt, mikor kezdtek a számvetők a tizedes törtekkel élni. Ezek alapján megkísértem egybeállítani azokat a mozzanatokat, melyek a tizedes törtek első alkalmazására némi fényt vethetnek.

Cantor tekintélye alapján Cardanusnak szokás a tizedes törtek feltalálását tulajdonítani (*Zeitschrift f. Mathematik und Physik* II. (1857) 372. lap), még pedig az okból, mert Cardanus a végszerűtlen négyzetgyökér vonására egy sajátos módszerrel ajánlott, melyet maga használ („*modus . . . quo ego utor*“), és ez tulajdonképen a tizedes törtek ismeretébe vág. Ugyanis utasítása következőképen szól:

»Ahhoz a számhoz, melyből a gyökeret vonnunk kell, annyiszor függesztünk 00-t, a hányiszorta megközelítőbb pontossággal a gyökeret kívánjuk. Így ha 00-t függesztünk hozzá, a gyökeret $\frac{1}{10}$ -nyi pontossággal; ha 0000-ot függesztünk oda, azt $\frac{1}{100}$ -nyi pontossággal; 000000-ot függesztünk oda, azt $\frac{1}{1000}$ -nyi pontossággal nyitjuk és így tovább mindenkor a hozzáfűg-

gesztett nullok felényire.« Ez Cardanus utasításának szószerinti fordítása (Treutlein idézete a 70. lapon); ha tehát például $\sqrt{17}$ vonandó, 17-hez 8 nullot kell függeszteni és ha akkor $\sqrt{1700000000} = 41231$, jobb felül négy helyet el kell vágnunk („aufer 4. litteras a dextro“) és a gyökér lesz $4\frac{1231}{10000}$.

Ez utasításból világosan láthatni, hogy Cardanus a tizedes törtek lényegét jól ismerte; de nem erről van itt a szó, mert ekkor épen Cantor későbbi kutatásai (*Mathematische Beiträge zum Culturleben der Völker*. Halle, 1863.) azt bizonyítják, hogy a tizedes törteknek ilyenén használata már a tizenegyedik században is található Sevillai Johannes Hispalensis-nél (*Trattati d'Aritmetica publicati da Baltassare Boncompagni*: II. Joannis Hispalensis *Liber Algorismi de pratica arismetrice*. Roma, 1857.); de sőt Indiában is megvolt az a módszer, hogy a pontosabb gyökér vonása végett az adott számot nullákkal megtoldották és azután a talált gyökeret 10-nak megfelelő hatványával elosztották. Mondom, mind ez nem képezte vizsgálkodásom tárgyát; kutatásaim célja csak az volt, hogy meggyőződést szerezzek magamnak az iránt, ki írta legelőször a tizedes törteket a nevező elhagyásával; mert mindazokban a módszerekben, melyeket az imént említett gyökérvonások föltüntetnek, nincsen kimondva az az alapelv, mely a tizedes törteknél lényeges, hogy t. i. a helyértékek törvénye, mely a tizedes egészek írásának módját megszabja és ez által a számvetést mód felett megkönnyíti, az egészeknél is tökéletesen érvényes. Mert hisz a tizedes számrendszer az arabs-indiai számjegyek használata előtt is csak úgy megvolt, mint megvan ma, és az abacus használata a calculusokkal egyetemben csak úgy, de sőt jobban, megkívánta a tizedes számrendszer ismeretét, mint a mai számvetésünk módja; mindazonáltal a tizedes számrendszer csak akkor jutott a számvetők teljes öntudatára, midőn az arabs-indiai számjegyek használatával a helyérték is tekintetbe jutott; ép úgy vagyunk a tizedes törtekkel; azok ismerete csak azon időponttól számítható, midőn a nevező elmaradt és a helyérték az egységektől jobbra is alkalmazásba jutott. Az első, ki a helyérték törvényét fölismerte, egy németalföldi matematikus volt: Simon Stevin (1548—1620), kinek nevét a physikusok is jól ismerik.

„La Disme“ (= a tized) címe egy 10 nyolcadrétű levelen megjelent kis könyvecskének, melyben Stevin 1585-ben közzétette az utasítást „facilement expedier par nombres entiers sans rompuz tous comptes se rencontraux affaires des Hommes.“ Kiindulva azon alapelvből, melyet a számok írásánál követünk „de la dixième ou disme progression“, azaz azon közmegegyezésen alapuló szokásból, hogy „minden egység a bal felől közvetlenül előtte álló egységnek tized része“, miként ma is valamely ekkép fölírt egész számot »egységek« neve alatt összefoglalunk,

Stevin az ily egész számot „*commencement*“-nak nevezi és ⁽⁰⁾ *) pl. 543⁽⁰⁾ t. i. egység vagy egész. Azután az egységnek — a *commencement*-nak — minden tized részét „*Prime*“-nek, a *Prime*-egységnek tizedrészét „*Second*“-nak általában az ily számokat „*Nombres Disme*“-nek nevezi és e részeket ⁽¹⁾, ⁽²⁾, ⁽³⁾ stb. jegyekkel is megkülönbözteti, úgy hogy mai írásunk szerint 75406 Stevin-nél 7⁽⁰⁾5⁽¹⁾4⁽²⁾0⁽³⁾6⁽⁴⁾.

Az elnevezésnek és megjelölésnek e módja oly föltűnő hasonlatosságot mutat azzal, melyet az ókorbeli indusok a tizedes egészeknél használtak, hogy helyén lesz, ha egy kis kitéréssel arra figyelmeztetek. A művelt nemzeteknél, a mennyire nyelveiket értem, csak 1, 10, 100 és 1000 számára van külön név (a görögöknél 10,000 számára is volt t. i. *μύριοι*; azután még külön nevek vannak a 7., 10., 13., 19., 25., 31 . . . stb. helyeken álló számjegyek számára, de ezek is csináltak, minden művelt nyelvben azonosak (t. i. *millió*, *milliárd*, *billió* stb.); ellenben az indusok már a legrégibb időben minden tizedes rendszerbeli egység számára külön névvel rendelkeztek, még pedig a szanszkrita nyelvvel foglalkodó barátim állítása szerint 10²¹-ig, tehát a 22 helyen álló számjegyig, sőt ha nem csalódom, dr. Wöpcke állítása szerint egészen 10⁵⁴-ig, tehát az 55. helyen álló számjegyig, így pl. ezt a számot 481556 ez indusok így olvassák: »6 meg 5 tíz meg 5 szata meg 1 szahaszra meg 8 ajuta meg 4 prajuta.« Mint látuk, Stevin az egységnél kisebb tizedes helyek mindegyike számára egészen külön nevet, sőt külön jegyet is használ; később mind a nevek, mind pedig a jegyek elmaradnak, mivel a tizedes pont (illetőleg vessző) segedelmével minden számjegy már helyzeténél fogva is megkapja értékét, és így az indiai írásmód a tizedes törteknél is érvényre emelkedett.

De térjünk vissza Stevin kis művecskéjéhez. Avval, hogy a tizedes törtek írásmódjára oly alakot ajánlott, mely a mait már igen megközelíti, még nem volna Stevin e törtek föltalálójának mondható. A tizedes törteknél lényeges a velük való számvetésnek módja, szóval az az alapelv, hogy a helyérték tekintetbe vételével a tizedes törteket azonképen adjuk össze, sokszorozzuk, hatványozzuk, kivonjuk, osztjuk stb. mint a tizedes egészeket; már pedig Stevin épen ezt mutatta ki, még pedig oly módon, mely a maitól miben sem különbözik. A tizedes törtek fogalmának meghatározása után mindjárt azt mutatja, miként lehet az ő számaival (*nombres des dismes*) az arithmetikai alpműveleteket végrehajtani, még pedig a nélkül, hogy a (közönséges) törteket igénybe veszi. Eljárásának igazolása végett azután minden föladatot törtek segedelmével számít ki. Hogy példát mutassak, ide igtatom az egyik föladatot, melyen a sokszorozásnál követendő eljárást bemutatja. Mai írásunk módja szerint az ő föl-

*) E jegy, valamint a hozzá hasonlók Stevin-nél körbe foglalvák; a szedés nehézségei miatt térünk el az eredeti írásmódtól.

adata 0.000378×0.54 , az ő számvetése pedig következőképen alakul:

$$\begin{array}{r}
 \begin{array}{cccc}
 & (4) & (5) & (6) \\
 & 3 & 7 & 8 \\
 & 5 & 4 & (2) \\
 \hline
 & 1 & 5 & 1 & 2 \\
 1 & 8 & 9 & 0 & \\
 \hline
 1 & 0 & 4 & 1 & 2 \\
 (4) & (5) & (6) & (7) & (8)
 \end{array}
 \end{array}$$

Első pillanatra láthatni e példából, hogy a számvetésnek e módja alig különbözik a maitól. — Az osztásra nézve ekkép szól utasítása: „*On divisera les nombres donnez (omettant leurs signes) selon la vulgaire maniere de diviser par nombres entiers*“, és a hányados természetének meghatározása végett „*le dernier signe du diviseur soustraira du dernier signe du nombre à diviser*.“ Ha azután, miként $7^{(2)} : 4^{(5)}$ -nél, az osztónak jegye magasabb mint az osztandóé, „*l'on mettra joignant le nombre à diviser autant de 0 qu'on veut ou autant qu'il sera mestier*“ és nyerjük a következőt:

$$(1750^{(0)})$$

Ámde, ha $4^{(8)} : 3^{(2)}$ volna a föladat, a tökéletes hányados lenne $13^{(0)} 3^{(1)} 3^{1/3^{(2)}}$; ámde „*en tel accident l'on peut approcher si pres comme la chose le requiert, omettant le residu*.“

Igaz, kezdetleges és nehézkes még az a módszer, melylyel Stevin legelőbb a tizedes helyérték törvényének általános érvényességét bemutatja és annak alkalmazhatóságát a gyakorlati életből merített föladatokra bebizonyítja; a mit nyújt, azt ő maga korántsem tartja „*talán bámulatos találmánynak, hanem egyszerű dolognak, mely bizonyos értelemben meg sem érdemli a találmány nevét; miként az ostoba paraszt véletlenül nagy kincsre bukkan, a nélkül, hogy arra valami tudományt fordított volna, azonképen történt a mi (t. i. Stevin) esetében a hasonló*.“

Bár mi szerényen ítélte meg Stevin a maga érdemét, akadt már korábban is bámulója, ki dicséretének következőképen ad kifejezést:

*Non fumum ex fulgore, sed ex fumo dare lucem
 Cogitat, ut speciosa dehinc miracula promat
 Sume unum e multis. Quid non Decarithmia praestat
 Divinum scriptoris opus? cui non ego si vel
 Aurea mi vox sit, centum lingue oraqua centum
 Omni aetate queam laudes persolvere dignas.*

Három száz éve annak, hogy Stevin igénytelen kis munkácskáját közrebocsátotta, és ma milliókra megy azok száma, kiknek minden mértékük, súlyuk, pénzük, szóval mindaz, mi a számvetés tárgyát képezi, a tizedes rendszerhez alkalmazkodik. A kicsiny elhintett mag (aránylag) ily rövid idő alatt bőven meghozta gyümölcsét; talán nem volt fölösleges munka a magyar tanító közönség előtt kimutatnom, ki hintette el ezt a termékeny magot!

DR. CSÁSZÁR KÁROLY.