

NÉV: NEPTUN-KÓD: SZAK:

Valószínűségszámítás vizsga, 2024. feb. 9.

Munkaidő: 100 perc. Nem-programozható, internet nélküli számológép használható, standard normális eloszlástáblázat a túloldalon.

Az elérhető maximum (a bónusszal együtt): 110 pont, de már 100 pont is 100%-os eredménynek számít.

- Elm. 1.** (a) (1+2+4 pont) Mondja ki a szita-formulát kettő eseményre, három eseményre és n eseményre.
(b) (10 pont) Egy n tagú férfitársaság vacsorázni ment egy étterembe. Kalapjaikat a ruhatárban hagyták. Vacsora és borozgatás után kalapjaikat teljesen véletlenszerűen vitték el a ruhatárból. Mi a valószínűsége annak, hogy a társaságnak legalább egy tagja a saját kalapját vitte haza? Számoljuk ki e valószínűség határértékét az $n \rightarrow \infty$ limeszben.

- Elm. 2.** (a) (1+1+3+3 pont) Definiálja a geometriai eloszlást a szemléletes jelentése alapján. Számolja ki a valószínűségi súlyfüggvényét, a várható értékét és a szórásnégyzetét.
(b) (2+3+4 pont) Definiálja a hipergeometrikus eloszlást a szemléletes jelentése alapján. Számolja ki a valószínűségi súlyfüggvényét és a várható értékét.

Bónusz: (10 pont) Számolja ki a hipergeometrikus eloszlás szórásnégyzetét.

- Elm. 3.** (5+5+6 pont) Definiálja a véletlen tagszámú összeg fogalmát az előadáson tanult módon, és számolja ki a várható értékét és szórásnégyzetét. *Súgás:* használja a feltételes várható érték toronyszabályát és a feltételes szórásnégyzet formulát.

- Gyak. 1.** Budapest XI. kerületében a naponta bekövetkező koccanásos balesetek várható száma tíz. Annak valószínűsége, hogy koccanás után a felek meg tudnak egyezni a felelősség megoszlásában, 0.6. Amennyiben a felek nem tudnak megegyezni, a kerületi közlekedésrendészethez fordulnak helyszíni szemlét kérve.

- (a) (4 pont) Milyen eloszlással modellezzük az egy napra eső koccanások számát? Miért?
(b) (6 pont) Mekkora a valószínűsége, hogy ma legalább háromszor hívják ki koccanáshoz a rendőröket?
(c) (7 pont) Tegnap ötször hívták a rendőröket koccanásos baleset helyszínére. Mennyi a valószínűsége annak, hogy összesen tíz koccanásos baleset történt tegnap a kerületben?

- Gyak. 2.** (4+3+5+5 pont) X és Y együttes sűrűségfüggvénye $f(x, y) = \frac{1}{y} e^{-(y+x/y)} \mathbb{1}[x > 0, y > 0]$.
(a) Határozza meg Y sűrűségfüggvényét. (b) Határozza meg Y várható értékét. (c) Határozza meg X feltételes sűrűségfüggvényét az $Y = y$ feltétel mellett. (d) Határozza meg X várható értékét.

- Gyak. 3.** X úr vonattal és távolsági autóbusszal utazik a munkahelyére. Munkába menet $1/5$ valószínűséggel kési le a csatlakozást, hazafele jövet $1/4$ valószínűséggel. Egy évben 220 munkanappal számolva, közelítőleg mi a valószínűsége, hogy X úr

- (a) (6 pont) idén legalább negyvenszer kési le a csatlakozást munkába menet?
(b) (10 pont) jövőre hazafelé több alkalommal kési le a csatlakozást, mint munkába menet?

