

NÉV: ..... NEPTUN-KÓD: ..... SZAK: .....

**Valószínűségszámítás pótZH1, 2022. nov. 7.**

**16:00–16.45**

*Munkaidő: 45 perc. Nem-programozható, internet nélküli kalkulátor használható.*

*Az elérhető maximum (a bónusz feladattal együtt): 24 pont, de már 20 pont is 100%-os eredménynek számít.*

1. Avogadro (A), Boltzmann (B) és Curie (C) a következő játékot játsszák. A játék elején Avogadro 4 petákat, Boltzmann  $x_b$  petákat, Curie pedig  $x_c$  petákat letesz az asztal közepére, majd egy szabályos érmét kezdenek el dobálni:

- először A dob: ha fej, akkor ő nyert, egyébként továbbadja B-nek.
- B is feldobja az érmét: ha fej, akkor ő nyert, egyébként továbbadja C-nek.
- C is feldobja az érmét: ha fej, akkor ő nyert, egyébként továbbadja A-nak.

Innentől fogva a játék úgy folytatódik, ahogy elindult: körbe jár az érme ABCABCABC... sorrendben, amíg valaki fejet nem dob, és akkor ő nyert. A nyertes elteszi az asztal közepén levő összes pénzt.

(a) Mekkora valószínűséggel lesz Avogadro a nyertes? (3 pont)

(b) Hogyan válasszuk meg  $x_b$  és  $x_c$  értékét, hogy igazságos legyen a játék? (4 pont)

(c) Összesen várhatóan hányszor dobja fel az érmét Avogadro? (3 pont)

2. Kétféle fiú létezik a világon: a fiúk felével Julcsi jól kijön, de a másik felükkel nem jön ki jól. Amikor összejön egy fiúval, nem tudja előre, hogy melyik fajtaiba tartozik az illető. Egy olyan fiúval, akivel jól kijön, minden nap (az előzményektől függetlenül)  $1/360$  valószínűséggel fognak veszekedni, míg egy olyan fiúval, akivel nem jön ki jól, minden nap  $1/120$  valószínűséggel fognak veszekedni. Julcsi az év legelején összejött Jancsival, és a negyedik veszekedésükor szakítanak. Tudom, hogy augusztus végéig kétszer veszekedtek.

(a) Mekkora valószínűséggel jön ki jól Julcsi Jancsival? (6 pont)

(b) Mekkora valószínűséggel ünneplik egy párként a Szilvesztert? (4 pont)

*Instrukció mind az (a), mind a (b) részfeladathoz: Használjunk Poisson közelítést és tegyük fel az egyszerűség kedvéért, hogy minden hónap 30 napos és az év 360 nappól áll.*

Bónusz: Egy  $n$  fős gimnáziumi osztály a karácsonyi ajándékozást úgy oldja meg, hogy az osztálynévsort cetlikre írják, beteszik egy kalapba, és mindenki kihúzza egy nevet. Legyen  $p_n$  annak a valószínűsége, hogy pontosan két ember húzza ki a saját nevét a kalapból. Adjon minél egyszerűbb képletet  $p_n$ -re (2 pont) és számítsa ki a  $\lim_{n \rightarrow \infty} p_n$  határértéket (2 pont).