

NÉV: NEPTUN-KÓD: SZAK:

Valószínűségszámítás pótZH1, 2023. nov. 6.

16:15–17.00

Munkaidő: 45 perc. Nem-programozható, internet nélküli kalkulátor használható.

Az elérhető maximum (a bónusz feladattal együtt): 24 pont, de már 20 pont is 100%-os eredménynek számít.

1. Anna és Bea pingpongoznak. Anna valamivel erősebb játékos, a szervát is beleértve, minden ütése (a többi ütéstől függetlenül) 0.6 eséllyel sikeres, míg Bea esetében minden ütés 0.5 eséllyel sikeres. Egy labdamenet során felváltva ütnek, és a labdamenetet az a játékos nyeri meg, aki az utolsó sikeres ütést üti.

(a) (5 pont) Mi a valószínűsége, hogy a labdamenetet Anna, illetve Bea nyeri, ha Anna szervál (azaz, ha Anna üti az első ütést)?

(b) (5 pont) Ha Anna szervál, akkor várhatóan hányszor próbál a labdába ütni Anna a menet során? (tehát a szerva is egy próba, és Bea minden sikeres ütése után Anna újra megpróbál a labdába ütni.)

Bónusz (4 pont) Tegyük fel, hogy most felváltva szerválnak, és minden megnyert labdamenet után a nyertes egy pontot kap. A teljes mérkőzés akkor ér véget, amikor valamelyiküknek először sikerül kettővel több pontot elérnie, mint a másik játékosnak. Ekkor értelemszerűen az a játékos győz, akinek több pontja van. Mi a valószínűsége, hogy a teljes mérkőzés Anna, illetve Bea győzelmével ér véget? (*Megjegyzés: Feltehetjük, hogy Anna szervál először.*)

2. Győrből Tatabányába két úton lehet eljutni: az M1 autópályán és az 1-es főúton. Mindkét út hossza 70 km; az M1 autópályán átlagosan 30 km-ként van egy kátyú, az 1-es úton átlagosan 20 km-ként van egy kátyú. Kínai barátom, Hszi, nem tudja elolvasni a magyar nyelvű táblákat, így az útelágazásnál véletlenszerűen ($1/2 - 1/2$ eséllyel) választ a két lehetőség közül. Hszi eddig 30 km-t tett meg a választott úton, és ezalatt nem találkozott kátyúval.

(a) (5 pont) Mi a valószínűsége, hogy Hszi az M1 autópályát választotta?

(b) (5 pont) Mi a valószínűsége, hogy Hszi az út hátralevő 40 km-én sem találkozik egyetlen kátyúval sem?