

NÉV: NEPTUN-KÓD: SZAK:

Valószínűségyszámítás ZH1, 2024. okt. 17., A csoport 08:10–08.55

Munkaidő: 45 perc. Nem-programozható, internet nélküli kalkulátor használható.

Az elérhető maximum (a bónusz feladattal együtt): 24 pont, de már 20 pont is 100%-os eredménynek számít.

1. Az ember szeme színét egy darab génpár határozza meg, ezt a génpárt genotípusnak hívjuk. Ha mindkettő gén a kék szemet kódolja, akkor az adott embernek kék lesz a szeme, ha mindkettő a barna szemet, akkor barna lesz a szeme. Ha viszont az egyik kék, a másik barna szemet kódol, akkor az embernek barna lesz a szeme. (Emiatt mondjuk azt, hogy a barna szem génje dominálja a kék szem génjét.) A kódolási szabályt az alábbi táblázattal is leírhatjuk:

genotípus	szemszín
BB	barna
BK	barna
KB	barna
KK	kék

Egy újszülött egymástól függetlenül kap mindkét szülőjétől egy-egy szemszín-gént, és az a gén, amit egy szülőtől kap, azonos valószínűséggel lehet a szülő egyik vagy másik génje. Tegyük fel, hogy Béla is és mindkét szülője is barna szemű, de Béla húga kék szemű.

- (a) Határozzuk meg, milyen valószínűséggel lehet Béla genotípusa BB, BK, KB illetve KK. (2 pont)
- (b) Tegyük fel, hogy Béla felesége kékszemű. Mi a valószínűsége annak, hogy az első gyerekük kék szemű lesz? (2 pont)
- (c) Ha Bélának első két gyereke barna szemű, mi a valószínűsége annak, hogy a harmadik gyerekük szintén barna szemű lesz? (6 pont)
2. Egy kisvárosban pontosan nyolc TV-szerelő dolgozik. Számozzuk meg őket egytől nyolcig. A TV-szerelők egyformán népszerűek, és a városlakók egymástól függetlenül döntenek el, hogy melyiküket hívják. Egy napon tizenketten hívnak szerelőt. Mi annak a valószínűsége, hogy...
- (a) ... az első szerelő nem kap telefonhívást? (3 pont)
- (b) ... mind a nyolc szerelő kap telefonhívást? (7 pont)

Bónusz Most vizsgáljunk egy másik napot, és tegyük fel, hogy az is véletlen, hogy hányan hívnak szerelőt ezen a másik napon, mégpedig Poisson eloszlású, $\lambda = 10$ paraméterrel. Mi annak a valószínűsége, hogy ezen a napon a 8 szerelő közül pontosan 4 kap telefonhívást? (4 pont)

NÉV: NEPTUN-KÓD: SZAK:

Valószínűségszámítás ZH1, 2024. okt. 17., B csoport

09:10–09.55

Munkaidő: 45 perc. Nem-programozható, internet nélküli kalkulátor használható.

Az elérhető maximum (a bónusz feladattal együtt): 24 pont, de már 20 pont is 100%-os eredménynek számít.

1. Sok ember áll a szemerkélő jégesőben esernyővel a kezében. Amióta eleredt az eső, háromnegyed annyi ember esernyőjére esett pontosan kettő jégdarab, mint ahány ember esernyőjére pontosan négy jégdarab esett. Egy jégdarab $1/3$ valószínűséggel üt lyukat egy esernyőbe.
 - (a) Várhatóan hány jégdarab hullott egy ember esernyőjére ezalatt? (6 pont)
 - (b) Az emberek hanyadrészének maradt ép az esernyője? (4 pont)

2. Egy kaszinóban a következő játékot lehet játszani. A játékos befizet egy petákot. Az első körben a krupié két kockával dob egyszerre. Ha az első körben nincs hatos, folytatják a második körrel: a játékos ismét befizet egy petákot, a krupié pedig elővesz újabb két kockát, és ezzel a két kockával dob. Ezt addig folytatják, amíg lesz egy olyan kör, amikor legalább egy dobás hatos. Ekkor véget ér a játék, és a két dobásból ahány hatos kijött az utolsó körben, annyiszor x petákot fizet a bank a játékosnak.
 - (a) Mi a valószínűsége, hogy a játék rögtön az első körben befejeződik? (2 pont)
 - (b) Várhatóan hány kockát használ fel a krupié a játék során? (3 pont)
 - (c) Hogyan kell megválasztani x értékét ahhoz, hogy fair legyen a játék? (5 pont)

Bónusz: Két külön asztalál egymással párhuzamosan játssza két játékos ezt a játékot. A körök ugyanakkor kezdődnek. Egy kör egy percig tart. Várhatóan hány perc telik el, míg mindkét játék véget ér? (4 pont)