

2024.10.17. VSZ1 ZH, A CSOPORT

① BÉLA MINDKÉT SZÜCŐJE VEGYES GENOTÍPUSÚ  
EZEN SZÜCŐK EGY GYERMEKÉNEK GENOTÍPUSA

$$P(BB) = P(BK) = P(KB) = P(KK) = \frac{1}{4}$$

VISZONT BÉLA NEM KÉK SZEMŰ, IGY

$$a) P(\text{BÉLA } BB) = P(BB | (KK)^c) = \frac{1}{3} \text{ ÉS MASONCÓKÉPP}$$

$$P(\text{BÉLA } BK) = P(\text{BÉLA } KB) = \frac{1}{3} \quad (P(\text{BÉLA } KK) = 0)$$

$$\text{IGY } P(\text{BÉLA VEGYES GENOTÍPUSÚ}) = \frac{2}{3}$$

$$b) P(\text{GYERMEK } KK) =$$

$$P(\text{GYERMEK } KK | \text{BÉLA VEGYES}) \cdot \frac{2}{3} + \overbrace{P(\text{GYERMEK } KK | \text{BÉLA } BB)}^0 \cdot \frac{1}{3}$$

$$= \frac{1}{2}$$

$$c) P(3. GY. BARNÁ | 1., 2. GY. BARNÁ) = \frac{P(1., 2., 3. GY. BARNÁ)}{P(1., 2. GY. BARNÁ)}$$

$$P(1., 2., 3. GY. BAR | \text{BÉLA } BB) \cdot \frac{1}{3} + P(1., 2., 3. GY. BAR | \text{BÉLA VEGY.}) \cdot \frac{2}{3}$$

$$= \frac{P(1., 2. GY. BAR | \text{BÉLA } BB) \cdot \frac{1}{3} + P(1., 2. GY. BAR | \text{BÉLA VEGYES}) \cdot \frac{2}{3}}{1 \cdot \frac{1}{3} + \left(\frac{1}{2}\right)^2 \cdot \frac{2}{3}}$$

$$= \frac{1 \cdot \frac{1}{3} + \left(\frac{1}{2}\right)^3 \cdot \frac{2}{3}}{1 + \frac{1}{2}} = \frac{5/4}{3/2} = \frac{5}{6} = 0.8333$$

1.00VAC

$$2) a) = \left(\frac{7}{8}\right)^{12}$$

b)  $A_i = \{i\text{-EDIG SZERECŐ NEM KAP NÍVÁST}\}$

$$P(\text{MIND A NYOLC KAP}) = P\left(\bigcap_{i=1}^8 A_i^c\right) =$$

$$1 - P\left(\bigcup_{i=1}^8 A_i\right) = \text{☺}$$

$$P\left(\bigcup_{i=1}^8 A_i\right) = \sum_{\substack{I \subseteq [8] \\ I \neq \emptyset}} (-1)^{|I|+1} P\left(\bigcap_{i \in I} A_i\right) =$$

$$\sum_{\substack{I \subseteq [8] \\ I \neq \emptyset}} (-1)^{|I|+1} \cdot \left(\frac{8-|I|}{8}\right)^{12} = \sum_{k=1}^8 \binom{8}{k} \cdot (-1)^{k+1} \cdot \left(\frac{8-k}{8}\right)^{12}$$

$$\text{☺} = \sum_{k=0}^8 \binom{8}{k} \cdot (-1)^k \cdot \left(\frac{8-k}{8}\right)^{12}$$

BÓNUSZ:  $X_i :=$  AZ  $i$ -EDIG SZERECŐT HÁNYAN NÍVÁST

POISSON-OK SZÍNEZÉSE MIATT

$X_1, X_2, \dots, X_8$  FÜGGETLEN  $\text{POI}\left(\frac{10}{8}\right)$  ELŐZELÉSŰ

VAL. VÁRTOZÓK.  $P(X_i \neq 0) = 1 - e^{-10/8}$

$$P(4\text{-EN KAPNAK NÍVÁST}) = \binom{8}{4} \cdot (1 - e^{-10/8})^4 \cdot (e^{-10/8})^4$$

2. OLDAL

2024.10.17. VSZ1 ZH, B CSOPORT

①  $X'$  := EGY ÉMBER ERNYŐZÉRE HULLÓ  
ZÉGPÁRABOLY SZÁMA

SOK CSEPP HULLIK, MINDEGYIK KICSI VAC. SÉGGEL  
HULLIK ZÓRSI ERNYŐZÉRE:  $X' \sim \text{POI}(\lambda)$

$$P(X'=2) = \frac{3}{4} \cdot P(X'=4)$$

$$e^{-\lambda} \cdot \frac{\lambda^2}{2} = \frac{3}{4} \cdot e^{-\lambda} \cdot \frac{\lambda^4}{24} \quad \frac{1}{2} = \frac{3}{4} \cdot \frac{\lambda^2}{24} \quad \lambda = 4$$

a) VÁRHATÓAN  $\lambda$  (AZAZ 4) ESŐCSEPP.

$$b) P(\text{ÉP}) = \sum_{k=0}^{\infty} P(X'=k) \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^k =$$

$$\sum_{k=0}^{\infty} e^{-\lambda} \cdot \frac{\lambda^k}{k!} \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^k = e^{-\lambda} \cdot \exp\left(\frac{2}{3} \cdot \lambda\right) = e^{-\lambda/3} = e^{-4/3}$$

MA'SIK MEGO:  $Y$  = ZÓRSI ERNYŐZÉRE HULLÓ  
LUKASZTÓS ZÉGPÁRABOLY SZÁMA

POISSON RITKÍTA'SA MIATT:  $Y \sim \text{POI}\left(\frac{4}{3}\right)$

$$P(\text{ÉP}) = P(Y=0) = e^{-4/3}$$

1. OLDAL

$$\textcircled{2} \text{ a) } 1 - \left(\frac{5}{6}\right)^2 = \frac{11}{36}$$

b)  $Z_1$  = FELHASZNÁLT KOCKÁK SZÁMA

$Y$  = ANANYADIK KÖRBE N VÉGET ÉR  
A SZÁTÉK

$$Y \sim \text{GEO}\left(\frac{11}{36}\right) \quad E(Y) = \frac{36}{11} \quad \boxed{Z_1 = 2 \cdot Y}$$

$$E(Z_1) = 2 \cdot \frac{36}{11} = \frac{72}{11}$$

c)  $P(\text{KÉT HATOS JÖN KI A VÉGÉN}) =$

$\sum_{k=1}^{\infty} P(k\text{-ADIKRA KÉT HATOS, ELŐTTE } k-1\text{-SZER  
NEM JÖTT KI HATOS})$

$$= \sum_{k=1}^{\infty} \left(\frac{25}{36}\right)^{k-1} \cdot \frac{1}{36} = \frac{1}{36} \cdot \frac{1}{1 - \frac{25}{36}} = \frac{1}{11}$$

$$P(\text{EGY HATOS JÖN KI A VÉGÉN}) = 1 - \frac{1}{11} = \frac{10}{11}$$

$$\text{VÁRNATÓ NYEREMÉNYEM} = \frac{10}{11} \cdot X + \frac{1}{11} \cdot 2X = \frac{12}{11} \cdot X$$

AMENNYIT VÁRNATÓAN BEFIZETTEM:

$$E(Y) = \frac{36}{11}$$

$$\text{AKKOR FAIR, HA } \boxed{\frac{36}{11} = \frac{12}{11} \cdot X}$$

AZAZ HA

$$\boxed{X = 3}$$

T.B.C.

2. OLDAL

## BÓNUSZ:

$X^1$  = ANÁNY PERC ELTELEIK, MIRE  
MINDKÉT ZÁRTÉK VÉGET ÉR

$$E(X^1) = \sum_{k=1}^{\infty} P(X^1 \geq k) = \text{☺}$$

$X^1 = \max\{Y, \tilde{Y}\}$  ANOL

$Y$  ÉS  $\tilde{Y}$  F.A.E.  $\text{GEO}\left(\frac{11}{36}\right)$

$$\text{☺} = \sum_{k=1}^{\infty} \left( P(Y \geq k) + P(\tilde{Y} \geq k) - P(Y \geq k, \tilde{Y} \geq k) \right) =$$

$$= \sum_{k=1}^{\infty} \left( \left(\frac{25}{36}\right)^{k-1} + \left(\frac{25}{36}\right)^{k-1} - \left(\left(\frac{25}{36}\right)^2\right)^{k-1} \right)$$

$$= \frac{1}{1 - \frac{25}{36}} + \frac{1}{1 - \frac{25}{36}} - \frac{1}{1 - \left(\frac{25}{36}\right)^2} = \frac{3096}{671}$$

$$= 4.614$$

3,000 AL