

1. Bizonyítsuk igazságtáblával a $\neg(a \wedge b) \equiv a \Rightarrow \neg b$ azonosságot! (2 pont)

2. Írjuk fel a következő állítás tagadását (tagadószó használata nélkül): „Minden háromszögnek van legalább két hegyesszöge!” (1 pont)

3. Komplanárisak-e (azaz lineárisan összefüggők-e) az alábbi vektorok: $(1, 2, -1)$, $(3, 0, 5)$, $(0, 3, 2)$? (2 pont)

4. Jelölje $\mathbf{i}$, $\mathbf{j}$, $\mathbf{k}$ az $\mathbf{R}^{(3)}$ alapvektorait. Írjuk az alábbi műveletek eredményeit a megadott mezőbe! (2 pont)

$\mathbf{i} \times \mathbf{j} = \square$, $(\mathbf{i} \times \mathbf{j}) \times \mathbf{k} = \square$, $(\mathbf{i}\mathbf{k})\mathbf{j} = \square$, $\mathbf{j}\mathbf{i}\mathbf{k} = \square$

5. Adjuk meg az $x = 1$, $3y = z + 5$ egyenletrendszerű egyenes egyik egyparaméteres egyenletrendszerét! (2 pont)

6. Határozzuk meg az $x = t$, $y = 1 - t$, $z = 2 + 3t$ egyenes és az $x + 2y + z + 4 = 0$ sík metszéspontját! (2 pont)

7. Írjuk fel a $2 - 2i$ szám trigonometrikus alakját! (2 pont)

8. Hozzuk algebrai alakra a $\frac{(1 + 3i)^2}{2 - i}$ számot! (2 pont)

9. $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{1}{n}\right)^n \sqrt[n]{n^2} = ?$ (2 pont)

10. Konvergens-e a $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{(n-1)!}$ sor? (2 pont)

11. Melyik igaz (I), melyik hamis (H) az alábbi állítások közül (Írjon I vagy H betűt a mezőkbe)? (2 pont)

Ha az $\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \dots, \mathbf{a}_n$ vektorok lineárisan

a) összefüggők, akkor mindegyikük kifejezhető a többi lineáris kombinációjaként. ☐

b) összefüggők, akkor van köztük olyan, amelyik kifejezhető a többi lineáris kombinációjaként. ☐

c) függetlenek, akkor van köztük olyan, amelyik kifejezhető a többi lineáris kombinációjaként. ☐

12. Írjuk fel az egyenlet(rendszer)ét egy olyan (3 pont)

a) síknak, mely párhuzamos az x -tengellyel: _____

b) síknak, mely párhuzamos az xy -síkkal: _____

c) egyenesnek, mely párhuzamos az x -tengellyel: _____

13. Adjunk példát olyan sorozatra – vagy írjuk azt, hogy „NINCS” –, mely (4 pont)

a) monoton növekvő és konvergens $a_n =$ _____

b) korlátos, de nem konvergens $a_n =$ _____

c) konvergens, de nem korlátos $a_n =$ _____

d) felülről korlátos, de nem korlátos $a_n =$ _____

14. Húzza alá azt a sort, amelyik konvergens! (2 pont)

$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n}$, $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2}$, $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}}$, $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n}$