

1. Bizonyítsuk igazságtáblával az $(a \wedge b) \Rightarrow \neg a \equiv \neg(a \wedge b)$ azonosságot! (2 pont)

2. Írjuk fel a következő állítás tagadását (tagadószó használata nélkül): „Van olyan természetes szám, aminek minden osztója páros.”! (1 pont)

3. Számítsuk ki az $\mathbf{a} = (1, 2, -1)$ vetületvektorát a $\mathbf{b} = (0, 1, 1)$ vektorra. (2 pont)

4. Legyenek $\mathbf{a}$ és $\mathbf{b}$ egymásra merőleges nem nulla vektorok. Skalárszorosai-e $\mathbf{b}$ -nek a következő vektorok (írjon I-t ha igen, és N-et, ha nem a megfelelő mezőbe): (2 pont)

$(\mathbf{a}\mathbf{a})\mathbf{b}$ ☐, $\mathbf{a} \times \mathbf{b}$ ☐, $(\mathbf{a}\mathbf{b})\mathbf{a}$ ☐, $(\mathbf{a} \times \mathbf{b}) \times \mathbf{a}$ ☐

5. Adjuk meg az $x = -t$, $y = 5$, $z = 1 + 2t$ egyenes egy $\mathbf{v}$ irányvektorát és egy P pontját. (1 pont)

$\mathbf{v} =$

$P :$

6. Írjuk fel annak a síknak az egyenletét, ami az $(1, 0, 0)$, $(3, 1, 2)$ és $(0, 1, -1)$ pontokat tartalmazza. (3 pont)

7. Írjuk fel a $-3 + 3i$ trigonometrikus alakját. (2 pont)

8. Hozzuk algebrai alakra a $\frac{2+i}{i(1+3i)}$ számot! (2 pont)

9. $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^{-n^2} = ?$ (2 pont)

10. Konvergens-e a $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{n+1}{2^n}$ sor? (2 pont)

11. Melyek lineárisan függetlenek (F), és melyek lineárisan összefüggők (Ö) az alábbi vektorhalmazok közül (3 pont)

a) $(1, 0, 0)$, $(2, 1, 0)$ ☐

b) $\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{0}$ ☐

c) $(1, 0, 0)$, $(2, 0, 0)$, $(0, 0, 1)$. ☐

12. Hány olyan egységvektor van $\mathbf{R}^3$ -ben $(0, 1, 2$ vagy $\infty)$, amely (2 pont)

a) merőleges egy adott egyenesre; ☐

b) párhuzamos egy adott egyenessel; ☐

c) párhuzamos egy adott síkkal; ☐

d) egyszerre merőleges két metsző síkra. ☐

13. Az alábbi sorozatnak 3 a határértéke (I = igaz; H = hamis) (3 pont)

a) $\frac{3^n}{n}$ ☐; $\frac{6n^2+1}{2n^2-3n}$ ☐; $\sqrt[n]{3}$ ☐

14. Adjunk példát olyan sorra, amely (3 pont)

a) pozitív tagú és divergens: _____

b) abszolút konvergens: _____

c) konvergens, de nem abszolút konvergens: _____