

1. Határozzuk meg az alábbi határértékeket! (3 pont)

a) $\lim_{x \rightarrow 2+0} \frac{1}{2-x} =$

b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 x \sin 3x}{x^3} =$

c) $\lim_{s \rightarrow 0} (1+2s)^{1/s} =$

d) $\lim_{y \rightarrow -0} \operatorname{ctg} y =$

2. Tegyük fel, hogy az f függvény értelmezve van az x_0 pont egy teljes K környezetében. Az alábbi mondatok kiegészítésével adjunk meghatározásokat arra, hogy az „ f függvény folytonos az x_0 pontban”.

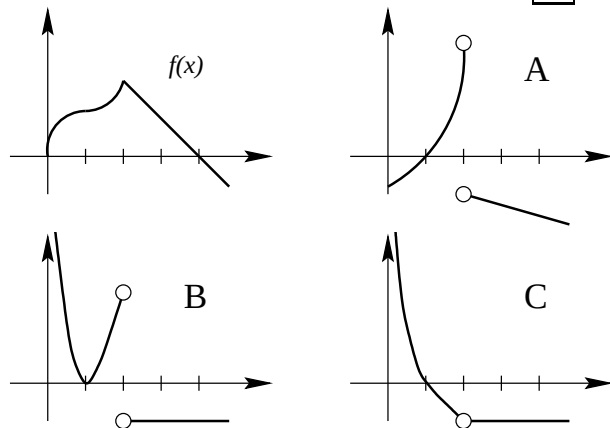
a) Minden $\alpha > 0$ valóshoz van olyan $\beta > 0$ valós, hogy ha $x \in K$, és $|x - x_0| < \square$, akkor $|f(x) - f(x_0)| < \square$.

b) Létezik az f bal és jobb oldali határértéke is x_0 -ban és a két határérték ...

c) Bármely K -beli, x_0 -hoz tartó $[x_n]_{n=1}^\infty$ sorozatra ...

d) Nem igaz az, hogy „ f -nek nincs határértéke x_0 -ban, vagy ha van, nem ...

3. Az alábbi ábrán látható $f(x)$ függvénynek az A, B vagy C ábrán látható függvény lehet a deriváltja? ☐ (2 pont)



4. Számítsuk ki az alábbi differenciálhányadosokat! (2+2 pont)

a) $\left(\frac{\sin(\ln x)}{x} \right)' =$

b) $\left(\frac{1}{x} + \sqrt{(x-1)^3} \right)' =$

5. Határozzuk meg y' értékét az $x = 0$ helyen implicit differenciálással, ha $x^3 + xy - y^3 = 8$. (3 pont)

6. Határozzuk meg az $f(x) = \frac{\sin x}{x(x+1)}$ függőleges aszimptotáinak egyenletét! (2 pont)

7. Osszuk el az $x^4 - 2x^3 + x + 5$ polinomot $(x-2)$ -vel maradékosan! (2 pont)

8. Használjuk a L'Hospital szabályt: (2 pont)

$\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \frac{\frac{\pi}{6} - \arcsin x}{2x - 1} =$

9. Hol monoton fogyó és hol monoton növekvő az $f(x)$ függvény, ha a deriváltja $f'(x) = \frac{x+2}{x^2(x-1)}$? (3 pont)

10. $\arcsin(\sin \frac{3\pi}{4}) =$ (1 pont)

11. Az $x \mapsto e^x$ függvény $x = 0$ -hoz tartozó 3-adfokú Taylor-polinomja = (2 pont)

12. Melyek igazak (I) az alábbi állítások közül, és melyek nem (N)? (2 pont)

a) A korlátos zárt T tartományon értelmezett bármely folytonos valós f függvény korlátos. ☐

b) Az $[a, b]$ zárt intervallumon értelmezett bármely folytonos valós f függvény értékkészlete a zárt $[m, M]$ intervallum, ahol $m \in \mathbf{R}$ az f infimuma, $M \in \mathbf{R}$ az f supremuma ezen az intervallumon. ☐

c) Az $[a, b]$ intervallumon értelmezett bármely folytonos valós f függvényhez található olyan $\xi \in (a, b)$ pont, hogy $f'(\xi) = \frac{f(b) - f(a)}{b - a}$. ☐