

1. Határozzuk meg az alábbi határértékeket! (4 pont)

a) $\lim_{x \rightarrow -3-0} \frac{1}{(3+x)^3} =$

b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 3x}{x^2} =$

c) $\lim_{s \rightarrow 0} (1-s)^{3/s} =$

d) $\lim_{y \rightarrow \infty} \arctg y =$

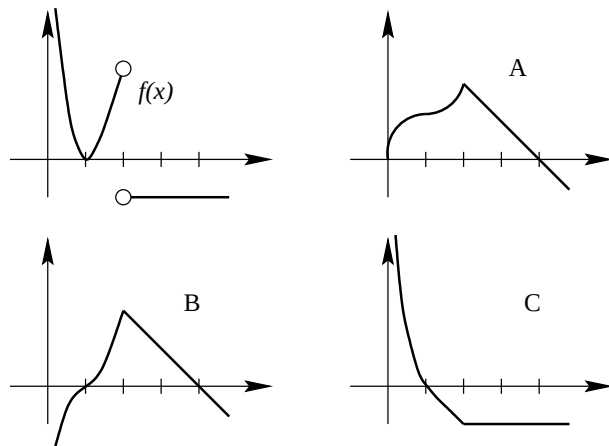
2. Tegyük fel, hogy az f függvény értelmezve van az x_0 pont egy teljes K környezetében. Az alábbi mondatok kiegészítésével adjunk meghatározásokat arra, hogy az „ f függvény folytonos az x_0 pontban”. (3 pont)

a) Minden $\beta > 0$ valósához van olyan $\gamma > 0$ valós, hogy ha $x \in K$, és $|x - x_0| < \square$, akkor $|f(x) - f(x_0)| < \square$.

b) Létezik az f bal és jobb oldali határértéke is x_0 -ban és a két határérték ...

c) Bármely K -beli, x_0 -hoz tartó $[x_n]_{n=1}^{\infty}$ sorozatra ...

3. Az alábbi ábrán látható $f(x)$ függvény az A, B, C ábrán látható függvények közül melyiknek lehet a deriváltja? ☐ (2 pont)



4. Számítsuk ki az alábbi differenciálhányadosokat! (2+2 pont)

a) $(\sqrt{x} \cos 3x)' =$

b) $\left(\frac{\ln(\sin x)}{\sin x} \right)' =$

5. Határozzuk meg y' értékét az $x = 0$ helyen implicit differenciálással, ha $e^{xy} + x = \frac{1}{y}$. (3 pont)

6. Ha létezik, határozzuk meg az $f(x) = \frac{x^2 - 2x}{x - 1}$ függvény ∞ -beli aszimptotájának egyenletét! (2 pont)

7. Osszuk el az $x^4 - 3x^2 + x + 1$ polinomot $(x + 1)$ -gyel maradékosan! (2 pont)

8. Használjuk a L'Hospital szabályt: (2 pont)

$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\tg x - 1}{\sin 4x} =$

9. Határozzuk meg az $f(x) = x^3 - 2x^2 + 3$ függvény abszolút szélsőértékeit a $[-1, 1]$ intervallumon! (3 pont)

10. Az $x \mapsto \sin x$ függvény $x = 0$ -hoz tartozó 3-adfokú Taylor-polinomja = (2 pont)

11. Melyek igazak (I) az alábbi állítások közül, és melyek nem (N)? (3 pont)

a) Ha egy f függvény folytonos az $[a, b]$ intervallumon és differenciálható az (a, b) intervallumon, akkor van olyan $\xi \in (a, b)$ pont, hogy $f'(\xi) = 0$. ☐

b) Ha egy f függvény differenciálható az (a, b) intervallumon, akkor folytonos is az (a, b) intervallumon. ☐

c) Ha egy f függvény folytonos az (a, b) intervallumon, akkor differenciálható is az (a, b) intervallumon. ☐