

1. (14 pont) Keressük meg az $\mathbf{r}(t) = (6 \cos t)\mathbf{i} + (6 \sin t)\mathbf{j} + 8t\mathbf{k}$ görbe $t = 0$ kezdőpontú ívhossz szerinti paraméterezését! Ezután határozzuk meg a görbe kísérő triéderét, görbületét, torzióját az $s_0 = \pi$ pontban!
2. (10 pont) Számítsuk ki a $\mathbf{v}(\mathbf{r})$ vektor - vektorfüggvény görbementi integrálját a megadott görbe mentén:

$$\mathbf{v}(\mathbf{r}) = -yz\mathbf{i} + xz\mathbf{j},$$

és a görbe az $(1; 0; 1)$, $(0; 1; 1)$, $(0; 0; 1)$ csúcspontú háromszög vonal pozitívan irányítva!

3. (8 pont) Ha léteznek, akkor adjuk meg az alábbi $\mathbf{v}(\mathbf{r}) = (y + z)\mathbf{i} + (x + z)\mathbf{j} + (x + y)\mathbf{k}$ vektor - vektorfüggvény potenciálfüggvényeit! Számítsuk ki a $\mathbf{v}(\mathbf{r})$ integrálját az $\mathbf{r}(t) = t^3\mathbf{i} + t^4\mathbf{j} + t^5\mathbf{k}$, $0 \leq t \leq 1$ görbe mentén!
4. (10 pont) Számítsuk ki a $\mathbf{v}(\mathbf{r}) = 3x^2y^4\mathbf{i} + (4x^3y^3 + z^3 + x)\mathbf{j} + 3yz^2\mathbf{k}$ vektor - vektorfüggvény görbementi integrálját az \mathcal{F} : $\mathbf{r}(u, v) = (u \cos v)\mathbf{i} + (u \sin v)\mathbf{j} + 4\mathbf{k}$, $0 \leq u \leq 4$, $0 \leq v \leq 2\pi$ felületet határoló görbén, ha a görbét úgy irányítjuk, hogy a felületi normálvektorok felől visszanézve a görbére az irányítás pozitív forgásiránynak felel meg!
5. (8 pont) Számítsuk ki a $\mathbf{v}(\mathbf{r}) = 2xe^z\mathbf{i} + (x^4z + xy)\mathbf{j} + (\sin x - 2e^z)\mathbf{k}$ vektor - vektorfüggvény felületi integrálját azon az első tényolcadba eső egységnyi élű kockán, amelynek két csúcsa $(0, 0, 0)$ és $(1, 1, 1)$, befelé mutató felületi normálvektorral!
6. (10 pont) Keressük meg azokat a pontokat az xz síkban, amelyekben a $f(x, y, z) = 5x^2 - 3xy - z = 0$ felület felületi normálisa merőleges a $[0, 10, 1]$ vektorra!