

1. Számítsuk ki az alábbi komplex kifejezések értékét/értékeit:

a) $(\overline{3+i}) \cdot \frac{5}{2+i}$ b) $(1+i)^3$ c) $(\sqrt{2} - i\sqrt{2})^8$ d) $(-i)^n, n \in \mathbb{Z}$
 e) $\sqrt[4]{-16}$ f) $\sqrt[3]{-4\sqrt{2} + i4\sqrt{2}}$ g) $\sqrt[5]{(1+i)^5}$ h) $(\sqrt[5]{1+i})^5$

2. Mi a mértani helye a komplex számsík azon z pontjainak, amelyekre

a) $|z + 2 - 3i| = 4$ b) $1 < |z - i| < 3$ c) $|z - 2| + |z + 2| = 16$
 d) $\operatorname{Re}((1+i)z) = 4$ e) $|z - i| = |z - 2 - i|$ f) $\frac{|z - 3|}{|z + 3|} = 2 ?$

3. Oldjuk meg a következő egyenleteket a komplex számok halmazán!

a) $z^2 - 6z + 13 = 0$ b) $z^2 + (1+i)z + i = 0$ c) $z^6 + 2z^3 + 2 = 0$ d) $|\bar{z}| = -4z$

4. Döntsük el, hogy konvergens-e, abszolút konvergens-e az alábbi számsorok!

a) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{n^3 + 1}$ b) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n}{n+1}$ c) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n}{n^2 + 1}$
 d) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(1+i)^n}{2^n}$ e) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2+i)^n}{n2^n}$

5. Határozzuk meg a következő függvénysorok konvergenciatartományát!

a) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-1)^n}{n \cdot 2^n}$ b) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{(n+1)^2} x^n$ c) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(1 - \frac{1}{n}\right)^n x^n$ d) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{(z-i)^n}$

6. Adjuk meg a következő számsor, illetve hatványsorok összegét!

a) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(1+i)^n}{(2+i)^{n+1}}$ b) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{n+1}$ c) $\sum_{n=1}^{\infty} n \cdot 2^n (x-1)^n$

7. Adjuk meg a következő függvények 0 körüli Taylor-sorát!

a) $\frac{1}{x+1}$ b) xe^x c) $\cos^2 x$ d) $\operatorname{arctg} x$