1. Állapítsuk meg a következő görbékről, hogy a megadott paraméterezésük ívhosszparaméteres-e! Határozzuk meg a görbék kísérő triéderét az adott paraméterértéknél!

a) $\mathbf{r}(t) = (t+1,\ t^2,\ 2t-3),\ \ t_0 = 2$

b) $\mathbf{r}(t) = \left(\sin\frac{t}{3},\ \cos\frac{t}{3},\ \frac{\sqrt{8}}{3}t\right),\ \ t_0 = 0$

c) $\mathbf{r}(t) = (e^t - t)\mathbf{i} + e^{2t}\mathbf{j} - (2+e^{-t})\mathbf{k},\ \ t_0 = 0$

2. Írjuk föl az alábbi görbék megadott pontjában a simulósík egyenletét!

a) $\mathbf{r}(t) = \dfrac{1}{t}\mathbf{i} + \dfrac{t}{t+1}\mathbf{j} - t\mathbf{k},\ \ t_0 = 1$

b) $\mathbf{r}(t) = (\cos^2 t,\ \sin 2t,\ \operatorname{tg} t),\ \ t_0 = \frac{\pi}{4}$

3. Keressük meg az $\mathbf{r}(t) = (t+1,\ t^2 - t,\ 2t)$ görbének azokat a pontjait, ahol a normálsík párhuzamos az $(1,1,1)$ vektorral! Határozzuk meg itt a rektifikáló sík egyenletét!

4. Számítsuk ki az alábbi görbék görbületét és torzióját a megadott helyen!

a) $\mathbf{r}(t) = \left(\dfrac{1}{t},\ t^2,\ 2+t^2\right),\ \ t_0 = 1$

b) $\mathbf{r}(t) = (e^{-t},\ t,\ e^t),\ \ t_0 = 0.$

5. Bizonyítsuk be, hogy az $\mathbf{r}(t) = (\sin^2 t,\ \sin 2t,\ \cos^2 t)$ görbe síkgörbe!

6. Milyen felületet írnak le a következő egyenletek?

a) $z = \dfrac{1}{x^2+y^2}$ b) $z = \sqrt{x^2+y^2}$ c) $z = x + y^2$

7. Paraméterezzük

a) az $x + 2y + z = 5$ egyenletű síkot;

b) az origó középpontú, 2 sugarú gömbfelületet;

c) azt a ferde kúppalástot, amelynek alapja az $x^2 + y^2 = 1$ egyenletű kör a $z = 0$ síkon, csúcsa pedig az $(1,2,3)$ pont;

d) azt a felületet, amelyet a $z = \frac{1}{x}$, $x > 0$ görbe z tengely körüli forgatásával kapunk!

8. Határozzuk meg a következő felületek normálvektorát a megadott pontban! Írjuk fel az adott pontbeli érintősík egyenletét is!

a) $\mathbf{r}(u,v) = (u^2 - 2v^2, u^3, v),\ \ (u_0, v_0) = (1,1)$

b) $z = x^2 y + 2y^2,\ \ P_0(2,1,6)$

c) $xy^2 + z^3 = 12,\ \ P_0(1,2,2)$

d) $z = y + \ln\frac{x}{2},\ \ P_0(1,1,1)$

e) $\mathbf{r}(u,v) = \mathbf{i}u + \mathbf{j}\cos u \sin v + \mathbf{k}\cos u \cos v,\ \ u_0 = \frac{\pi}{4},\ \ v_0 = \frac{\pi}{3}$