

1. (10 pont) Határozzuk meg az alábbi hatványsor konvergenciasugarát és adjuk meg a konvergenciakör középpontját:

$$\sum_{n=1}^{\infty} n \left(\frac{3+3i}{10} \right)^n \frac{(z-5i)^n}{4}.$$

2. (10 pont) Mely pontokban differenciálható, illetve reguláris az alábbi függvény?

$$f(z) = 3i\bar{z} + 2z^2.$$

3. (10 pont) Határozzuk meg azt az $f(z) = u(x, y) + iv(x, y)$ értelmezési tartományán reguláris komplex függvényt, amelynek a megadott $v(x, y)$ függvény a képzetes része, és $f(0) = i$, valamint adjuk meg az f függvény deriváltját is:

$$v(x, y) = 3x^2y - y^3.$$

4. (10 pont) Számítsuk ki az $f(z) = z|z|$ függvény integrálját a $z = 0$ pontból az $z = 1$ pontba vezető egyenes szakasz, a $z = 1$ pontból a $z = i$ pontba vezető pozitívan irányított negyedkörív, és a $z = i$ pontból a $z = 0$ pontba vezető egyenes szakaszból álló zárt görbe mentén!

5. (10 pont) Számítsuk ki az alábbi függvény integrálját a $|z - i| = 3$ pozitívan irányított görbe mentén!

$$f(z) = \frac{e^{2z}}{z^3(z+i)}.$$

6. (10 pont) Adjuk meg algebrai alakban az összes olyan z komplex számot, amelyre teljesül, hogy

$$\operatorname{ch} z = 1 - \frac{3}{2}e^{-z}.$$