MATEMATIKA A3 – II. vizsga – 2017-01-04

Név: ______________________

1	2	3	4	5	6	7	8	9

$\sum$:

1. *(1+1+3+2)* Egészítsük ki az alábbi állításokat és definíciókat:

a) Az $\mathbf{r} = \mathbf{r}(s)$ ívhosszparaméterrel megadott görbe görbülete:

$\kappa(s) =$

b) Ha $u, v \in \mathbb{C}$, akkor definíció szerint

$u^v =$

c) (Cauchy-féle integráltétel)

Ha T .... nyílt halmaz, és f .... a T halmazon, akkor minden T-ben fekvő .... $\mathcal{G}$ görbén

$\int_{\mathcal{G}} f(z)dz = 0.$

d) Az $y_1, \ldots, y_n$ függvények alaprendszerét adják az $a_n(x)y^{(n)} + \ldots + a_1(x)y' + a_0(x)y = f(x)$ lineáris differenciálegyenletnek, ha

és

2. *(2+2+4)*

a) Mi a $\underline{v}(\underline{r}) = (x^2, y - 2xz, \cos z)$ függvény rotációja?

b) Írjuk fel algebrai alakban a $\operatorname{ch} \frac{\pi i}{2} + \operatorname{sh} \frac{\pi i}{2}$ komplex számot!

c) Milyen alakban kereshetjük az állandó együtthatós inhomogén lineáris differenciálegyenlet partikuláris megoldását, ha a karakterisztikus egyenlet $m^2(m-i)(m+i) = 0$, és a konstans tag

- $f(x) = x + 5$
- $f(x) = \cos x$

3. *(5)* Számítsuk ki a $\underline{v}(x, y) = (-y, x)$ függvény görbementi integrálját az origó középpontú, egység sugarú, felső félsíkban fekvő félkörön pozitív irányban haladva!

4. *(5)* Számítsuk ki a $\underline{v}(x, y, z) = (x^2, xy, z)$ függvény felületi integrálját a $0 \leq x, y, z \leq 2$ kocka teljes felületén, kifelé mutató normálvektorokkal!

5. *(5)* Határozzuk meg a következő komplex integrál értékét!

$$\oint_{|z| \leq 2} \frac{e^{\pi z}}{(z+i)^3} \, \mathrm{d}z$$

6. *(6)* Oldjuk meg az $y'yx = y^2+1,\ y(1) = 1$ kezdetiérték-problémát!

7. *(8)* Oldjuk meg az $y'' - 5y' + 6y = 3x^2 + x - 4$ differenciálegyenletet!

8. *(10)* Írjuk fel a Cauchy–Riemann-differenciálegyenleteket, és bizonyítsuk be ezek szükségességét a komplex függvény differenciálhatóságához!

9. *(6)* Vezessük le az x-től függő, egzakttá tevő multiplikátorra tanult képletet!